〔研究ノート〕

ペイント理論のベーシックに関するノート

──「$a^2 = b^m = 1$」の法則──

神　頭　広　好

Ⅰ　はじめに

一般に、「使用するペイントの量（使用量）とそれによって描かれたペイントの量は重さにおいて一致しなければならない」[1]ことは分かりきったことのように思われるが、これについて証明された論文は見当たらないように見える。

ここでは、まず視覚的に捉え易い立体を念頭に置き、3色における各ペイント使用量の和がそれらを混ぜた混合色の量に等しいことを導く。それにもとづいて、何色使用しても重量としてのペイント使用量と混合色の量としての重量がペイントの世界において一致することを明らかにする。

Ⅱ　ペイント使用量と混合色

ペイント使用量が混合色の量と一致することを導くために、まず視覚的に理解し易い3色のペイント使用のケースを考える。

ここで使用される3つのペイントの体積は使用量と比例しており、その体積は重量とみなされる。この体積は、

$$a^2x+a^2y+a^2z=a^2(x+y+z) \tag{1}$$

で表される。（図１参照）ただし、a は正方形の一辺の長さを、x は x 色の面積当たり使用量、y は y 色の面積当たり使用量、z は z 色の面積当たり使用量をそれぞれ示す。これらの使用量は体積としての高さを示す。$1\leq a$、$1\leq x$、$1\leq y$、$1\leq z$ である。（以下同様）

一方、３つのペイントを用いた混合色とその量は b^3xyz で表される。ただし、これは混合色の直方体 xyz（図２参照）に倍数 b^3を乗じたものである。

ここで、体積と重量が比例的であり、３色のペイントの各使用量の和がそれら３色からなる混合色の重量と等しいことから、

$$a^2x+a^2y+a^2z=a^2(x+y+z)=b^3xyz \tag{2}$$

で表される。

ここで、$a^2=b^3$または $a^2=b^3=1$ として、最小１単位の正方形を点でとらえ、x、y、z をペイント使用量とすると、（2）から、量と色を同時に扱うペイントの世界において、量から色への変換式は、

$$x+y+z\rightarrow xyz \tag{3}$$

で示される。一方、色から量への変換式は、

$$xyz\rightarrow x+y+z \tag{4}$$

で示される。（3）および（4）は量と色を同時に扱うペイントの世界にのみ成立する。

ここで、現実において私たちが使用する３色のペイント量の合計がそれらによる混合色のペイント量と一致していることを踏まえ、ペイント使用量としての立体の中に $a^2=b^3=1$ は自動的に組み込まれていることを意味している。または、$a^2=b^3$になるようなメカニズムが作用しているのかも知れない。すなわ

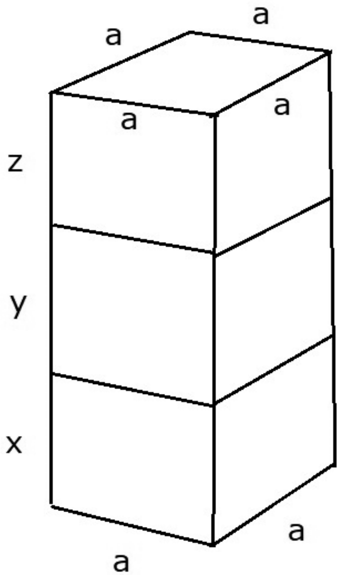

図1　3つのペイント使用量の直方体

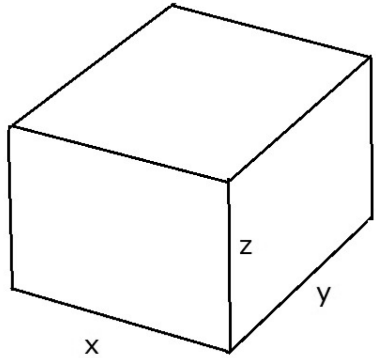

図2　混合色の直方体

ち、正方形の低面積（使用量の調整）＝混合色の体積の倍数（量の調整）になるようなメカニズムである。

これについては、図1を上から垂直に押しつぶすと、その底面は色が混じりあって混合色 xyz となり、押しつぶされたペイント使用量は正方形から溢れ出される。それゆえ、ペイント使用量の面積を正方形の面積 a^2 で割った値が混合色の立体の倍数 b^3 と一致することになる。ただし、ここでの容器はオブラートの様なものでできている。（以下同様）

さらに、押しつぶされたペイント使用量は均等に拡散することを想定して、それがほぼ円形に拡がるとすると、

$$\frac{\pi r^2}{a^2} = b^3 \tag{5}$$

が成立する。ただし、r は拡散したペイントの円形の半径を示す。さらに $a^2=b^3$ および（5）から

$$\pi r^2 = (a^2)^2 \tag{6}$$

で表される。（図 3 参照）（6）は押しつぶされたペイント使用量が正方形の面積の二乗で拡がっていくことを示唆している。

ちなみに、$a^2=b^3=1$ として最小 1 単位の正方形を限りなく近い点として捉えると、

$$r = \frac{a^2}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \approx 0.564 \tag{7}$$

を得る。（図 4 参照） この場合、x、y、z はそれぞれ単なるペイント使用量を示していることになる。

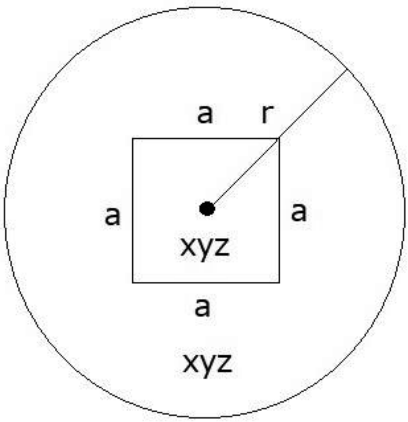

図 3　押しつぶされたペイントの形状

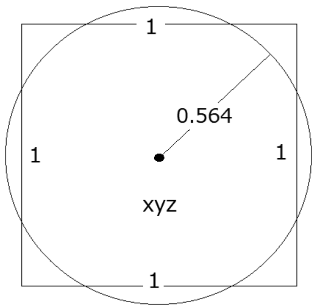

図 4　点としてのペイントの形状

ここで、3 色のケースを n 色までの m 個のペイント使用のケースに拡大し

ても $a^2=b^m$ または $a^2=b^m=1$ が成立するとして、ペイントの世界において、量から色への変換式は、

$$x+y+z+\cdots+n \rightarrow xyz\cdots n \tag{8}$$

で示される。

一方、色から量への変換式は、

$$xyz\cdots n \rightarrow x+y+z+\cdots+n \tag{9}$$

で示される。

上記において、すべての量および数が自然数表示とすれば、$a^2=b^m$ の場合は m によって a または b が無理数になることもあり、変換式の不変性を考慮すると、$a^2=b^m=1$ でなければならない。したがって、ペイントの世界において、「$a^2=b^m=1$」の法則が成り立っていると考えることができる。

総じて、私たちが使用する色の量の中に目には見えない共通する 1 単位の正方形の底面積を有する容器が入り込んでいるのである。ただし、容器の高さはペイント使用量によって決まる。ここで、ペイント使用量における容器の底面積を長方形にしなかったのは、面積の両辺を同時に収束させたときに、正方形の方が点として扱い易いためである。

Ⅲ　おわりに

本研究において、普遍的な現象（使う量＝使われた量）を説明するには物理学的、数学的な厳密さに欠けているが、われわれが常識と考えていることに対して、そこでは内在している点としてのパラメーター的な役割を有しているものが存在していることである。これは自称ペイント理論の基礎をなすものと考える。

補足：2つのペイント使用のケース

2つのペイント使用量の体積は、

$$a^2x + a^2y = a^2(x+y)$$

で表される。ただし、a は正方形の一辺の長さを、x は x 色の面積当たり使用量、y は y 色の面積当たり使用量をそれぞれ示す。さらに、上記同様に $1 \leq a$、$1 \leq x$、$1 \leq y$ である。

混合色は b^2xy で面積として表される。ペイント使用量と混合色の重量との関係は、

$$a^2(x+y) = b^2xy$$

で表される。この右辺の面積 xy の高さを最小の1単位とすると、b^2xy は立体として解釈される。上記同様に、$a^2 = b^2 = 1$ とすると、

$$x+y \rightarrow xy$$

または、

$$xy \rightarrow x+y$$

が変換式として示される。これはペイントの世界でのみ成立する。

注

1　これは、拙著（2023）におけるペイント理論の基本である。
2　色の3属性とは、色相（赤・橙・黄・緑・青・紫といった色の様相の相違）、彩度（色の鮮やかさ）、明度（色の明るさ）を示す。なお詳細については、色 - Wikipedia を参照せよ。

参考文献

神頭広好『数と色をつなぐペイント理論』愛知大学経営総合科学研究所叢書 60、愛知大学経営総合科学研究所、2023 年、7 月

追補：叢書『数と色をつなぐペイント理論』（book60.pdf (aichi-u.ac.jp)）の補足

1.「ペイント理論にもとづくフェルマーの最終定理」（pp.1-6）

この叢書の中で（14）および（16）の $x^2+y^2=z^2$については、各明度の重さはゼロであることから重量としての和は成立するが、明度の和においては成立しない。そこで、ペイントが有している性質（量、色の 3 属性[2]）を踏まえて、和を構成する x^2、y^2、z^2は各ペイントの明度としてではなく、ペイントの性質の中で色相を生かすと、x、y、z が付された色相としての単なる色の番号を示しているとすれば、3 色の世界でのフェルマーの最終定理が成立することになる。ただし、明度の和の式は意味をなさないために色の番号は明度と一致させる必要はない。これでフェルマーの最終定理が説明される。

2.「ペイント理論にもとづくリーマン予想」（pp.20-26）

この叢書の中で（11）の $\hat{s}2=1\pm 4mi$ から（12）の $\hat{s}=\dfrac{1}{2}\pm 2mi$ への変換は、明度と使用量が自然数で表され、それらが比例的であることから導かれる。これについては、明度 2 から乗じられる明度がより大きくなることで、その中における素数の明度を有する数は混合色として増加する。ただし、全体の明度が急増する割には、偶数の明度には明度 2 が必ず存在するために明度 2 に何度乗じても明度 2 であるために混合色の明度（素数の積）はそれほど増加せず、その割合が逓減していく。このことから明度と使用量が比例的であることは「ガウスの素数定理」の性質を説明しているように見える。

これについては、明度と共に用いられるペイント量が急増する割には混合色

で用いられるペイント量がそれほど増えないことからも明らかである。