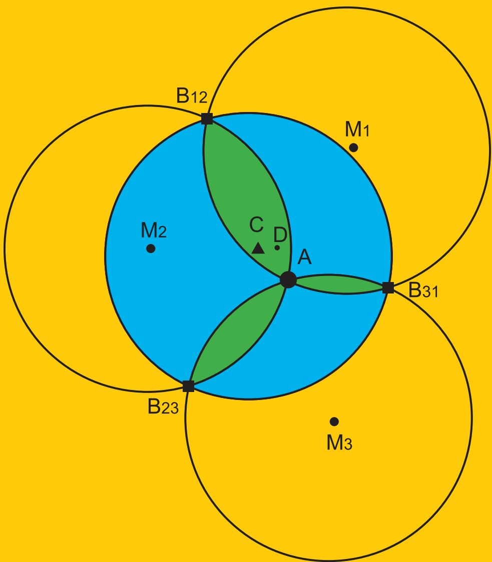
愛知大学経営総合科学研究所叢書　37

都市の立地構造

―― 幾何学，地理学および集積経済からの発想 ――

神頭広好　著



愛知大学経営総合科学研究所

愛知大学経営総合科学研究所叢書３７における訂正および挿入箇所

8ページ：(5)式の下のただし、$\underline{0<\alpha+\beta+\gamma<3}$を挿入

10ページ：図４のタイトルで、「市場のランク」を市場の数に訂正

17ページ：文章１行目から２行目で、「その円周」をＯの円周に訂正

23 ページ：(1)式の下のただし、A：技術係数、ε：労働分配率、P_1：最大都市人口、P_n：ランクnの都市人口を挿入

25ページ：上から５行目、「生産水準が逓増」を生産水準が急増に訂正

26～27ページの１行目：賃金の比率w_1/w_nの変化に対する労働の比率$\bar{S}_n/\bar{S}_1$に訂正

はしがき

本叢書は，幾何学的な観点から，主に市場の集積にもとづく都市形成の様相を考察したものである。過去の立地論を概観すると，チューネン，ラウンハルト，ウェーバー，パランダー，クリスタラー，レッシュなどのモデルがある。チューネンは農業立地において同心円モデルを，ウェーバーは運送費指向型，労働指向型のモデルから市場の臨界を円や楕円などを用いて説明している。また，パランダーは著書の中でラウンハルトの論文を取り上げており，その中で三角関数やプトレマイオスの定理などを用いて導いた運送費最小地点やポール原理について説明している。そこでは本書で説明されるフェルマー点の作図と同様な作図が用いられているのに興味が注がれた。ところでウェーバーモデルに対して，パランダーは批判を加えているが，集積要因については，彼のモデルが地域特化の経済を最も説明しうるものとしている。ちなみに，上記の論文等は 19 世紀前半から 20 世紀前半のものである。これらの論文は複雑化した情報社会に役に立たなくなったのか，最近では幾何学と経済学を組み合わせたダイナミックな研究が少なくなってきたように思える。

本書では，単純に市場が重複しているところで生み出される集積の経済が，地域特化の経済か都市化の経済かは明確にされていないが，市場の生産性や市場の要素，距離に対して幾何学や不等式などの定理を用いることによって都市空間のイメージがデザインされている。さらに，円形の都市空間とランク・サイズの法則，ゼータ関数，生産関数などを組み合わせることによって，空間と経済との関わりを部分的でも明らかにしようとしている。今後は，コンパクトシティの空間研究につなげようと考えている。

本書の一部は，応用地域学会（鳥取県民文化会館），中京大学経済研究所研究セミナー，日本観光学会全国大会（東京大学）および日本交通学会全国大会（東洋大学）で発表したものにもとづいている。これらの学会，セミナーおよび査読においてご示唆して頂いた先生方には感謝申し上げる。また，研究の基礎を与え

て頂いた川嶋辰彦先生（学習院大学）ならびに西岡久雄先生（青山学院大学名誉教授）をはじめ，東京工業大学でお世話になった先生方に謝意を表する次第である。くれぐれもご自愛下さいますようよろしくお願い申し上げます。

2011 年 2 月 20 日
愛知大学の研究室にて
神頭広好

都市の立地構造
―― 幾何学，地理学および集積経済からの発想 ――

目　　　次

はしがき

Ⅰ　はじめに …… 1

Ⅱ　都心と副都心の幾何学的分析 …… 2

Ⅲ　都市の構成から見る国の生産性
　　――ランク・サイズモデルとゼータ関数―― …… 23

Ⅳ　都市の合併，都市の規模を考慮した当該産業の生産効果 …… 25

Ⅴ　おわりに …… 33

付録 …… 35

参考文献 …… 39

あとがき

都市の立地構造
―― 幾何学，地理学および集積経済からの発想 ――

I　はじめに

都市圏の定義は国を問わず中心地の人口，中心地への通勤者数および地理的隣接性などにもとづいて幾つか存在する[1]。しかし，都心の定義については，わが国では DID（Densely Inhabited District の略称；人口密集地区）であるが，都市計画および地理学的観点から Murphy（1971）は，建蔽率および容積率にもとづいて CBD（Central Business District の略称；中心業務地区）を一連の建設ビルのフローにおける都市機能利用の割合から定義している。一方，都市の階層性について Christaller（1933）は市場，交通および行政の 3 つの切り口から都市の立地分布理論を発展させている。また，都心と副都心との関係については，都市経済学的観点から佐々木・張（2005）によって，住宅立地モデルおよびゾーニングにもとづいて都心およびサブセンターの圏域について論じられている[2]。さらに，経済立地論的観点からミクロ経済理論にもとづいて Lösch（1962）は市場価格，運送費から導かれる需要円錐体および市場の形態について説明しており，Krugman（1991）は，製造業と農業を対象にして，製造業が都市またはその他の地域に立地する場合の費用条件について分析している。

ここでは，都市に関する定義および地代に関する研究ではなく，地理学および幾何学に照準をあて[3]，まず集積の経済は市場が重複しているところで起り易い

1　アメリカおよびわが国の都市圏，さらにはコンパクトシティ都市圏の定義については，拙論（2010 年，pp.1-21）を参照せよ。

2　他に，この種の研究では例えば 2000 年前後の Journal of Urban Economics や Regional Science and Urban Economics などの雑誌に見られる。

3　この 2 つの学問分野を統合したものが，ドイツの流れをくむ立地論である。チューネン，ラウンハルト，ウェーバー，クリスタラー，レッシュなどが代表的な立地研究者である。これについては，西岡（1998 年，p.313）を参照せよ。

という Weber および Hoover による集積の経済の概念[4]にもとづいて 3 つの円形の市場においてファントム点が存在する領域での相乗効果としての集積経済効果の性格および系における最小生産水準に関して相加相乗平均不等式などを用いて明らかにする。またジョンソンの定理が成立する 3 つの都市について集積経済効果を比較する。つぎに，2 つの都市の合併後の新旧都心部間において物理学のモーメント理論を副都心の立地に応用する。また，拙著（2007，2008）にもとづいて円と楕円の各性質から都心，交通都市，ニュータウン都市の経路を探る。さらに，円形都市の人口をニュータウンに移す場合の都心の位置について考察する。ついで，円形の大都市圏に 2 つの等規模の円形都市が存在する場合の副都心の個数と大きさについて分析する。それと関連するランク・サイズモデルとゼータ関数との関連性について説明する。最後に 2 つの規模の異なる都市の合併によって，代替可能な産業が新または旧都心部のどちらかへ移動する場合の産業特性を代替弾力性，空間的代替弾力性および代替パラメーターによって考察するために，ランク・サイズモデルを組み込んだ CES 型生産関数およびコブ＝ダグラス型生産関数を用いてシミュレーション分析を試みる。

II　都心と副都心の幾何学的分析

1.1　3 つの市場からの都市の創出

3 つの円形市場の交差する 3 つの境界線は，1 点で交わる。

図 1 から 3 つの円の境界線が交わる A 点（ファントム点）は，3 つの市場の交差領域（グレーゾーン）において存在する。また A 点は各境界線を道路または鉄道とみなすならば，集積の経済を有する新都市として創出される可能性がある。いわゆる A 点は交通都市として派生するものの各市場が異種産業から成る

4　Weber（1909）は工業立地の観点から，集積を運送費や労働費を最小にする立地点を扱っており，主に地域特化の経済が説明されている。その後 Hoover（1937）によって，地域特化の経済および都市化の経済について説明され，Isard（1956）によって空間的集積の経済が体系化されている。

ケースでは，都市化の経済を享受する都市に，同種産業から成るケースでは地域特化の経済を有する都市にそれぞれ成長する。ちなみに，3 つの境界線が交わる A 点は方ベキの定理[5]を用いることによって導かれる。

一方，この定理が成り立つのは，図 2 のケースもある。このケースにおいての 3 つの市場の交差領域（グレーゾーン）は存在するが，3 つの市場の外に立地する交通都市は道路の交差する点としての性格を有しているにすぎない。

ここで，重要なことは市場の位置や重複の大きさによって，都市の立地点とその発展度合いが違ってくるということである。

ちなみに，各市場における製品または部品の重量が同じとすれば D 点が運送費の最小地点である。この点はフェルマー点（またはトリチェリ点）と呼ばれており，つぎの条件

$$\angle M_1DM_2 = \angle M_2DM_3 = \angle M_3DM_1 = 120°$$

が満たされることになる。

ちなみに，市場 M_1 の生産性を a，市場 M_2 の生産性を b，市場 M_3 の生産性を c として[6]，これら市場が重複しているところに相乗効果としての集積経済効果が創出すると仮定すると，市場 M_1 と市場 M_2 の集積経済効果を ab，市場 M_2 と市場 M_3 の集積経済効果を bc，市場 M_1 と市場 M_3 の集積経済効果を ac，さらに市場 M_1，市場 M_2 および市場 M_3 の 3 つが重複している領域の集積経済効果を abc で表わされる。

上記の集積経済効果の関係について，相加相乗平均不等式から相加平均≧相乗平均を利用すると，

$$\frac{ab+bc+ac}{3} \geq \sqrt[3]{a^2b^2c^2} \quad (1) \qquad \text{または，} \quad \left(\frac{ab+bc+ac}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \geq abc \quad (2)$$

5　この定理は，相似と円周角の性質を用いることによって導かれる。これについては，秋山（1959 年，第 4 章）および難波（2000 年，第 6 章）を参照せよ。

6　ここでの生産性は，企業数または労働力に比例的であり，これらの構成要素または生産要素によって市場の数に捉われることなく均等に対応できる生産能力を示す。これは，ある意味において企業の交渉力，商談力などを示す。

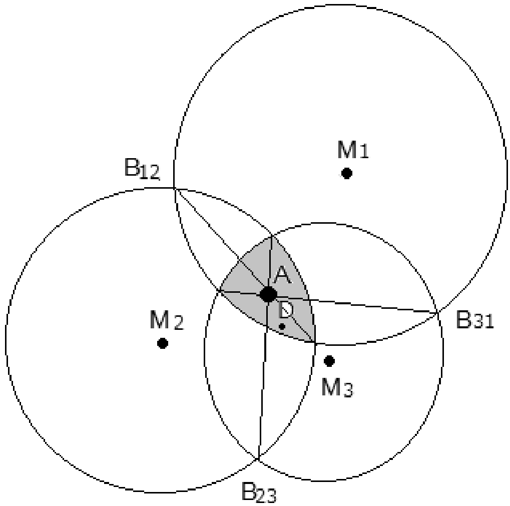


図 1　内分におけるファントム点

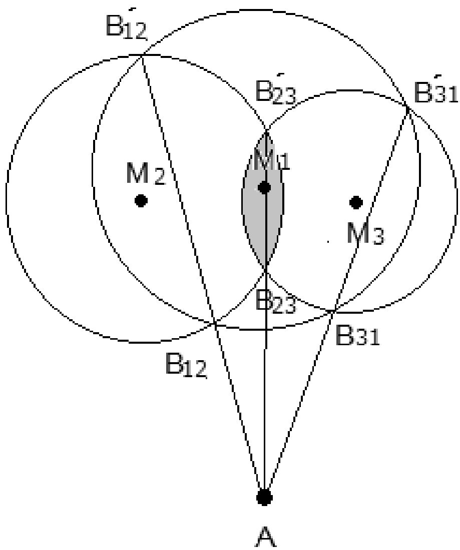


図 2　外分におけるファントム点

で表わされる。ただし，等号 $a=b=c$ はの時に成立する。(1) 式から，3 つの市場が重複している集積経済効果の最大値は，2 つの市場が重複している 3 つの集積経済効果の平均値の 3/2 乗から計算され，3 つの市場の生産性が均等に配分される時に達成される。さらに，3 つ以上の市場が生産の拡大によって 2 つの組み合わせで重複する場合の相加相乗平均不等式は，

$$\frac{m_1m_2+m_1m_3+\cdots+m_2m_3+\cdots m_{n-1}m_n}{{}_nC_2} \geq \sqrt[{}_nC_2]{(m_1m_2\cdots m_n)^{n-1}} \tag{3}$$

または，

$$\left(\frac{m_1m_2+m_1m_3+\cdots+m_2m_3+\cdots m_{n-1}m_n}{{}_nC_2}\right)^{\frac{{}_nC_2}{n-1}} \geq (m_1m_2\cdots m_n) \tag{4}$$

で表わされる。これに関する説明については，付録 A を参照せよ。

ここで，3 つの市場が存在する場合，重複し合う市場に相加相乗不等式を応用すると，

$$\frac{(a+b)}{2}\frac{(b+c)}{2}\frac{(a+c)}{2} \geq abc \tag{5}$$

から，3 つの重複する市場における集積の経済効果は，各 3 つの市場生産性の平均値を上回らないことを示している。

また，(5) 式から，

$$\frac{(a+b)}{2} \geq c \quad (6) \qquad \frac{(b+c)}{2} \geq a \quad (7) \qquad \frac{(a+c)}{2} \geq b \quad (8)$$

が成立する。(6) 式～ (8) 式は 3 つの市場が存在する場合，各々2 つの市場の生産性の平均値は，一方の生産性を常に上回ることを示している。

ちなみに，コーシー＝シュワルツの不等式を応用すると，

$$(ab+bc+ca)^2 \leq (a^2+b^2+c^2)^2 \tag{9}$$

または，

$$(ab+bc+ca) \leq (a^2+b^2+c^2) \tag{10}$$

で表わされる。ただし，等号は $a=b=c$ の時に成立する。(10) 式から，右辺の急増する 3 つの市場生産性の合計は，左辺の 2 つの市場間の相乗効果としての集

積経済効果の3つの合計よりも大きくなることを示唆している。

1.2　3つの市場からの都市の創出

ここではジョンソンの定理（1916）[7] を用いて市場と都市形成に応用する。この定理は，「平面上に3つの単位円が1点で交差するとき，他の3つの交点を通る円も単位円となる」

この定理から，図3において3市場の集積によって最も早く創出される都市をAとして，2つの市場同士の集積によって次に創出される都市を中都市 B_{12}，B_{23}，B_{31} とすると，これら3つの中都市を結ぶ環状線の円周は，市場 M_1，M_2，M_3 の各円周に等しいことが分かる。

このことから，都市，市場の大きさは空間的に何らかの関係を有しながら拡大していることの一端を見ることができ，この空間において市場の空間的大きさを維持しながら都市が創出していくパターンを説明しているように見える。

各点における都市について以下のように分類される。

A：市場集積第1中心都市（3つの市場 M_1，M_2，M_3の集積によって創出された都市）

B_{12}，B_{23}，B_{31} ：市場集積第2都市（2つの市場の集積によって創出された都市）

C：市場集積第2中心都市（2つの市場の集積による都市 B_{12}，B_{23}，B_{31}の中心都市）

D：交通・流通都市（市場 M_1，M_2，M_3の各中心地から最短で均等な距離にある都市）

なお，本書において文字の混乱を避けるために，市場と市場の中心部において同じアルファベットが使われているところがあることに注意を要する。(以下同様)

つぎに，市場から都市へという初期条件の観点から，3つの市場が重複している集積の経済が最大となる都市Aと2つの市場が重複している点としての3つの都市 B_{12}，B_{23}，B_{31}と，これら各都市から均等で最短距離にある都市Cにおい

7　この定理については，付録Bにもとづいて前原（1998年，pp.1-2）で説明されている。

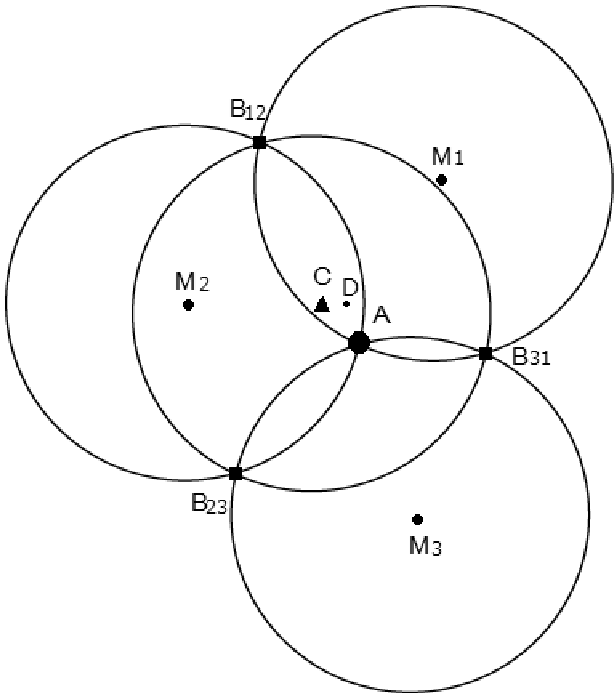


図 3　ジョンソンの定理にもとづく市場と都市

て，どちらが集積による経済効果が大きいかを比較しよう。

ここでは，まず図 3 において 3 つの市場の規模は同一であるが，生産物の違いによって市場の特徴に違いがあることを仮定しよう。また，この特徴の違いは各市場の労働力または企業数を m とすると，市場 M_1では $\alpha m_1 = \alpha m$，市場 M_2では $\beta m_2 = \beta m$，市場 M_3では $\gamma m_3 = \gamma m$が，それぞれ異なった割合で都市 A に進出することを意味する。

3 つの市場に関係する都市の集積の経済効果をつぎに示す。

(a) 都市 A における集積の経済効果は，

$$Q_A = (\alpha m_1 + \beta m_2 + \gamma m_3)^{\varepsilon} = (\alpha + \beta + \gamma)^{\varepsilon} m^{\varepsilon} \quad (1)$$

ただし，ε は都市 A の生産の集積の経済効果弾力性を示している。

(b) 都市 B_{12} における集積の経済効果は，

$$Q_{12}=\left(\left(\frac{(1-\alpha)m}{2}\right)+\left(\frac{(1-\beta)m}{2}\right)\right)^{\varepsilon} \tag{2}$$

(c) 都市 B_{23} における集積の経済効果は，

$$Q_{23}=\left(\left(\frac{(1-\beta)m}{2}\right)+\left(\frac{(1-\gamma)m}{2}\right)\right)^{\varepsilon} \tag{3}$$

(d) 都市 B_{31} における集積の経済効果は，

$$Q_{31}=\left(\left(\frac{(1-\alpha)m}{2}\right)+\left(\frac{(1-\gamma)m}{2}\right)\right)^{\varepsilon} \tag{4}$$

上記 3 つの都市 B_{12}，B_{23}，B_{31} は，2 つの市場の重複によってできた都市であることから，ここで 1 つの市場は 1 つの産業からのみ成り立っているものとすると，系においてそれぞれ都市で欠乏している 1 つの産業が存在するためそれを補うという観点から B_{12}，B_{23}，B_{31} の 3 つの都市からの距離が最短で，かつ均等である都市 C が形成される可能性がある。そこでの集積による経済効果は，

$$Q_{C}=((1-\alpha)m+(1-\beta)m+(1-\gamma)m)^{\varepsilon}=(3-(\alpha+\beta+\gamma))^{\varepsilon}m^{\varepsilon} \tag{5}$$

で表わされる。ただし，である。

ここで，都市 A と都市 C の集積の経済効果を比較すると，

$$Q_{A}-Q_{C}=(\alpha+\beta+\gamma)^{\varepsilon}m^{\varepsilon}-(3-(\alpha+\beta+\gamma))^{\varepsilon}m^{\varepsilon} \tag{6}$$

から，つぎのケースに分けられる。

(イ) $\frac{3}{2}<(\alpha+\beta+\gamma)<3$ ならば，都市 C よりも都市 A の方が，集積の経済効果が大きい。

(ロ) $\frac{3}{2}=(\alpha+\beta+\gamma)$ ならば，都市 C と都市 A の集積の経済効果は等しい。

(ハ) $0<(\alpha+\beta+\gamma)<\frac{3}{2}$ ならば，都市 A よりも都市 C の方が，集積の経済効果が大きい。

ただし，3 つの市場またはそれらに関わる 3 つの産業の集積の経済効果を多種多様な産業による経済効果と解釈すると，都市 A には都市化の経済効果が存在

する。3 つの部品を用いて製品を作る工場 A と捉えるならば，地域特化の経済効果ともとれるが，総輸送費を最小にする地点は A とは限らない。ここで各部品の重量が同じとすれば D 点が総運送費最小地点である。この点は上記のフェルマー点（またはトリチェリ点）であり，

$$\angle M_1DM_2 = \angle M_2DM_3 = \angle M_3DM_1 = 120° \qquad (7)$$

が満たされている[8]。ちなみに，このフェルマー点はハブ空港の立地にも応用されたことがある[9]。

1.3　相加相乗平均不等式と生産関数

ここでは，系に存在する市場の生産水準とその相互作用を有する生産水準との関係は，つぎの相加相乗平均不等式から説明できよう。

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots x_n}{n} \geq (x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}} \qquad (1)$$

これを書き換えると，

$$x_1 + x_2 + \cdots x_n \geq n(x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}} \qquad (2) \qquad \text{または} \qquad Q \geq \hat{Q} \qquad (3)$$

である。

ただし，$Q = x_1 + x_2 + \cdots$，$\hat{Q} = n(x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$，n は市場の数を，$x_n$は市場 n の生産水準をそれぞれ示す。

ちなみに（3）式の左辺 Q は各市場の生産水準の合計を，右辺 $\hat{Q}$ は各市場の生産水準の相互作用から生じる系の生産水準をそれぞれ示しており，これを系の生産関数とすると，この性質は市場の数と技術水準は比例的であるが，市場の数は生産水準を逓増させることを示している。また $Q = \hat{Q}$ の場合は，$\hat{Q}$ は Q の最小値を示している。これは各市場の生産水準の合計は各市場が含まれる系における生産の相互作用からなる集積の経済効果[10]を常に上回っていることを示している。

8　この理論は，Launhardt（1882）に通じるところがある。なお Launhardt の工業立地モデルについては，金田（1978 年，第 4 章）で説明されている。

9　これについては，Nahin（2004，訳出（下）pp.139-146）および難波（2000 年，第 9 章）を参照せよ。

10　これについては，空間的相互作用の観点から各市場の生産水準に対して抵抗としての

図 4 は，市場の数が少ない系においては総生産水準の最小値は逓減するが，市場の数が多い系になっていくとその最小値は急増していくことを示している。また，市場の生産において相互作用が強いほど系の総生産水準の最小値は相対的に大きくなることを示唆している。ただし，n は正の整数であることから小数は存在しないことに注意を要する。

図 4 では X＝$x_1x_2\cdots x_n$で，この X は相互作用の大きさを示しており，（イ）X＝150，（ロ）X＝100，（ハ）X＝50 のケースが描かれている。

言い換えれば，一種の集積の経済効果を表わしている$\hat{Q}$の性質から，この集積の経済効果は，生産水準が高い企業同士の方が，低い企業同士よりも市場の参入が多い時点から急増する傾向が伺える。これについては，生産水準の高い企業の集積の経済は多くの市場を抱えていることを説明しているように見える。また，一般に市場の参入が初期に近い段階では集積の経済効果は減少傾向にあるが，市場の参入が増えるにつれてその経済効果は急増していく傾向にあることを示している。

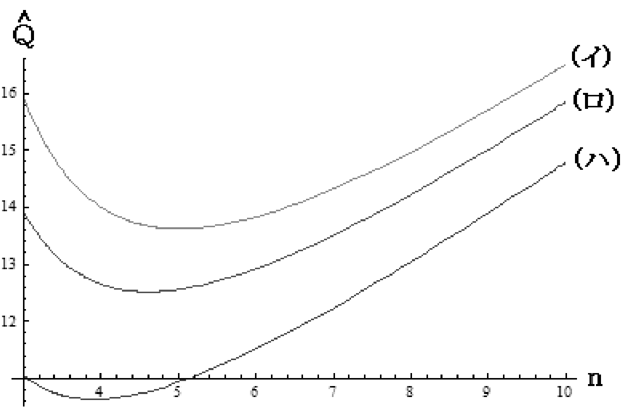


図 4　系の最小生産水準（または集積の経済効果）と市場のランク

空間距離が無視できるくらい小さいために，$\hat{Q}$ に距離が組み入れられていないことにもとづいている。

2　2つの同一市場規模の集積の経済にもとづく都市の立地

図5から，XおよびYを中心とする2つの円市場が均等に拡大して，互いに一方の中心に到達した市場の範囲を市場の限界空間とすると[11]，均衡した市場[12]が重複するグレーゾーンの面積Vは，

$$V=2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)r^2 \tag{1}$$

である。ただし，rはXおよびYを中心とする円の半径を示す。

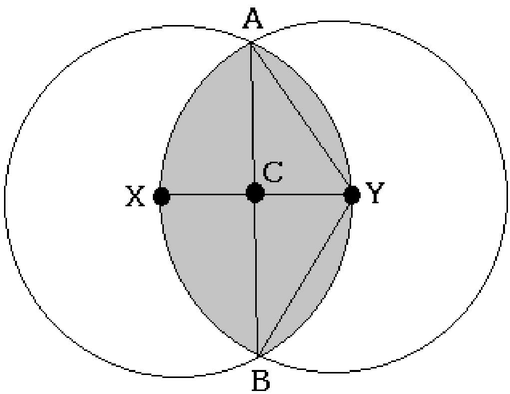


図5　集積経済の範囲

ここで，2つの円市場の重複している領域の企業数が，重複して立地している領域，すなわちこれを集積領域とすると，企業密度が1，1企業1単位の生産をしているとすると，その集積の経済は重複している面積の2倍の

$$Q=2V=4\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)r^2=\frac{4}{\pi}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)r^2\pi \tag{2}$$

11　生産段階の集積の経済については，付録Aを参照せよ。ただし，そこでは4市場のケースに限定されている。

12　ここでの均衡とは，需要と供給にもとづくものではなく，2つの市場がこれ以上大きくなれないで安定しているという意味を含む。

または

$$Q=2.455r^2 \tag{3}$$

で表わされる。また，市場当たりの集積の経済は，

$$\frac{Q}{2r^2\pi}=\frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=0.391 \tag{4}$$

である。市場当たりの集積の経済は約 4 割であることを示唆している。これは市場の半径に関わらず一定であることを示唆している。

つぎに，図 6 から 3 つの市場が拡大して，重複する集積空間は，ルーロー三角形[13]と呼ばれており，3 つの重複する扇方の面積およびその中に存在する正三角形は，

$$S=3\left(\frac{1}{6}\right)(\pi r^2) \tag{5}$$

および

$$T=\frac{\sqrt{3}}{4}r^2 \tag{6}$$

である。したがって，ルーロー三角形（グレーの部分）の面積 V は，

$$V=S-2T=3\left(\frac{1}{6}\right)(\pi r^2)-2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}r^2\right)=\frac{1}{2}(\pi-\sqrt{3})r^2=\frac{1}{2\pi}(\pi-\sqrt{3})r^2\pi \tag{7}$$

である。また，その空間での集積の経済は，重複している面積の 3 倍であるとすると，

$$Q=3V=\frac{3}{2}(\pi-\sqrt{3})r^2=\frac{3}{2\pi}(\pi-\sqrt{3})r^2\pi \tag{8}$$

または

$$Q=2.115r^2 \tag{9}$$

である。したがって，市場当たりの集積の経済は，

$$\frac{Q}{3r^2\pi}=\frac{1}{2\pi}(\pi-\sqrt{3})=0.224 \tag{10}$$

である。

図 7 から，グレー部分の面積は，

$$V=2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)r^2-\left(\frac{2\pi}{3}-3+\sqrt{3}\right)r^2=\left(\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}\right)r^2 \tag{11}$$

13　これについては，Alfred and Ingmar（2004，訳出，pp.165-178）を参照せよ。

である。また，その空間での集積の経済は，重複している面積の 4 倍であるとすると，

$$Q=4V=\frac{4}{\pi}\left(\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}\right)r^2\pi \tag{12}$$

または

$$Q=1.26r^2 \tag{13}$$

である。したがって，市場当たりの集積の経済は，

$$\frac{Q}{4r^2\pi}=\frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}\right)=0.1 \tag{14}$$

である。

ここで，系における企業数が一定でかつ均一な分布であるとすると，市場の参入が多いほど，集積地の企業密度は高くなる傾向がある。したがって，図 6 から，直感的に市場の参入の拡大によって重複空間に企業が増えるごとに，その重複の地理的空間が減少する傾向があることから，企業の立地密度を考慮するならば，高層ビルが立地する空間がイメージされる。ここで，都市化の経済であれ地域特化の経済であれ，集積が進むと企業間の距離が近くなることを示唆している。

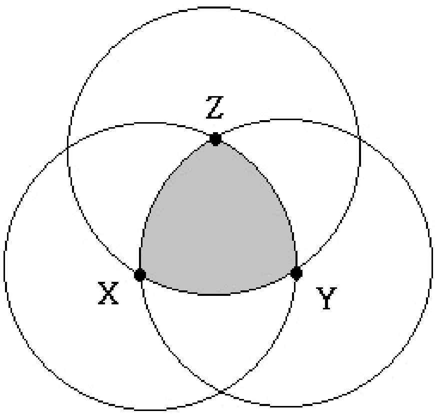


図 6　3 市場の集積空間

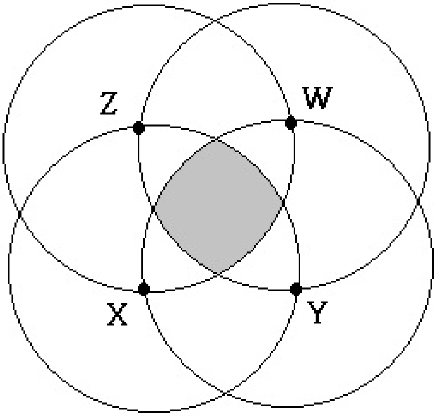


図７　４市場の集積空間

３　合併による副都心の創出

都市の中心部に，人口および企業が集中的に立地する都市システム（単一中心都市から成る系）において，合併が生じる場合の副都心の立地について，物理学の重量モーメントの観点から考えて見よう。人が集まりやすいところに公共サービスや企業が集中して，それによって都心部につぐ新たな副都心が新旧都市間に形成されることを考えよう。ここでは，円の面積と人口が比例しており，その人口のほとんどが円の中心部に集まっていることが仮定される。また，合併初期時においては居住地の移動は起こらないとしよう。

図８にもとづいて，２つの円形都市の中心を重心として，モーメントを計算すると，

$$tP_1^2\pi=(P_1+P_n-t)P_n^2\pi \tag{1}$$

から，

$$t=\frac{P_n^2(P_1+P_n)}{P_1^2+P_n^2} \tag{2}$$

が導かれる。ただし，P_1は最大の都市１の半径，P_nはｎ番目の都市の半径，ｔは都市１の都心からの距離であり，重心となる距離をそれぞれ示す。

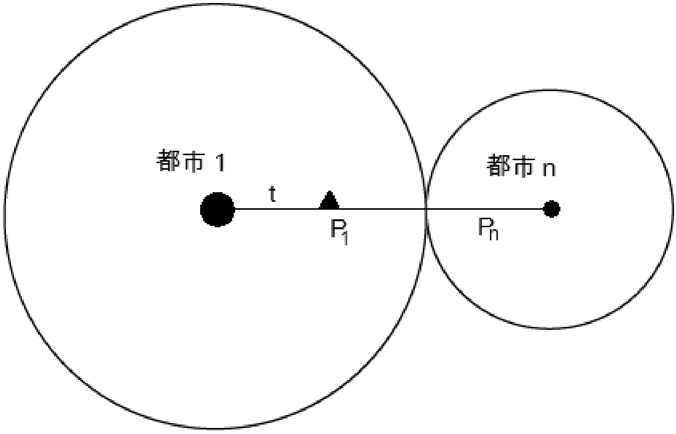


図 8　2 都市間の副都心の立地

注）図中の●は都心を，▲は合併後の副都心をそれぞれ示す。

さらに，（2）式にランク・サイズモデルを応用すると，

$$t=\frac{\frac{P_1^2}{n^{2\alpha}}\left(P_1+\frac{P_1}{n^{\alpha}}\right)}{P_1^2\left(1+\frac{1}{n^{2\alpha}}\right)}=\frac{\frac{P_1}{n^{2\alpha}}\left(1+\frac{1}{n^{\alpha}}\right)}{1+\frac{1}{n^{2\alpha}}} \tag{3}$$

である。ただし，(3) 式における係数 α は，人口と比例する面積のランク・サイズモデルから導かれる係数の 2 倍を意味していることに注意を要する。なお，このことは図 9 の曲線の形状には影響しない。

（3）式を用いて，新旧都市間における副都心の立地点をシミュレーションすると，図 9 から α の大きさに関わらずランクの小さい都市との合併後の副都心の位置は，ランクが大きくなる（都市規模が小さくなる）ごとに徐々に大都市中心部に近づいていく。このことは，相対的に都市の規模に差がある合併においては，大きな都市の都心部に比較的近いところに副都心が創出されることを示している。また，相対的にが小さい（都市の規模に差がない）都市システムほど大都市中心部への距離に対してそれほど近づかないことが示される。

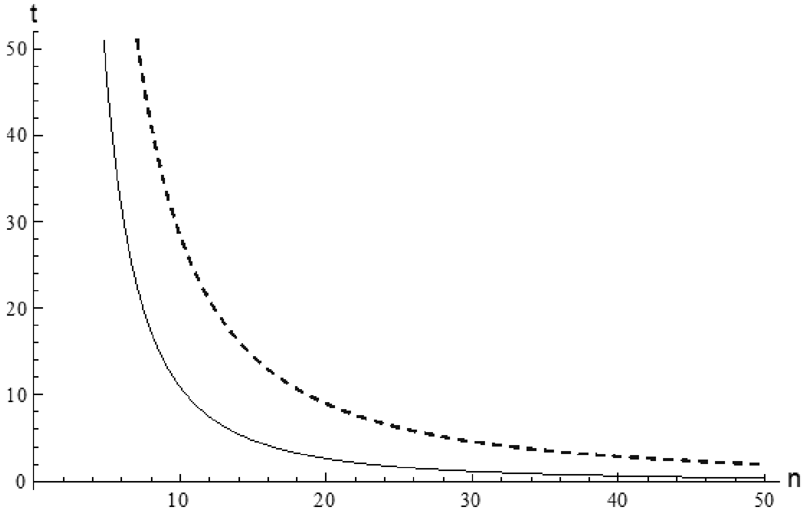


図 9　ランク・サイズを考慮した都心―副都心間距離

注）上図は P_1＝1000 として，実線は α＝1 のケースを，点線は α＝0.8 のケースをそれぞれ示す。

4　2 核心都市の構造

図 10 において A を中心とする円に外接して，O を中心とする円に内接している B を中心とする円が存在する時，BO＋BA＝一定[14]であることから，O を中心とする円を都市圏，A を中心とする円を中心都市として，B を中心とする円を住宅都市とすると，この空間が成り立つ多くの連環した住宅都市においては，B から大都市圏の中心部 O，中心都市の都心部 A へ行く距離が等しい。それゆえ居住者の交通費公平性の観点から，O 点は商圏の中心部であり，A 点はビジネス中心部である可能性がある。なお，ニュータウンは点線の楕円上に建設される。また，B を中心とした住宅都市が同一規模で中心都市に対して連環下場合は，ニュータウンの立地点集合である点線は円になる。

14　円 O の半径を R，円 A の半径を r，円 B の半径を r_1とすると，$R-r_1+r_1+r=R+r$ が成立する。

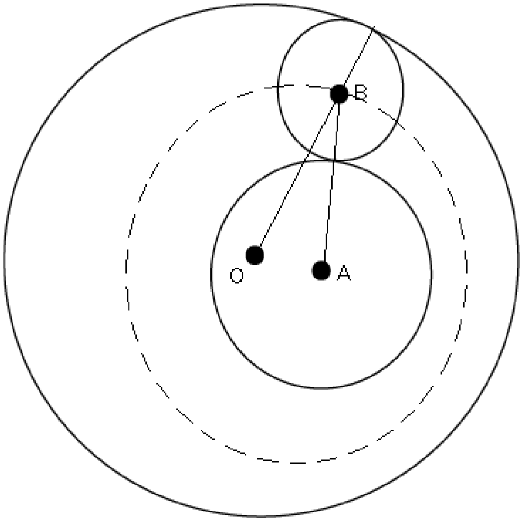


図 10　円形大都市圏におけるニュータウン都市の経路

5　都市圏に存在する交通都市の軌跡

図 11 において B 点は A 点と O 点の中点であり，BQ を半径とする円は，その円周と A 点の中点の軌跡を示しており，この円周上に Christaller（1933）の交通原理[15]にしたがう交通都市が成立する可能性がある。ちなみに，Thünen（1826）モデル[16]同様に O 点は円形の同質平野上の中心部で，そこには唯一の市場である都市が存在している。また A 点の創出はランダムである。

6　工業都市，商業都市およびニュータウン

図 12 には，居住者の交通費均等の観点から，O 点および B 点に通うニュータウンの立地経路が点線の楕円で，創出した A 点と都市圏境界地点を 2 等分する交通都市の経路が B 点を中心とする円でそれぞれ描かれている。この詳細につ

15　これについては，拙著（2009 年，pp.121-123）を参照せよ。
16　これについては，拙著（2009 年，pp.28-30）を参照せよ。

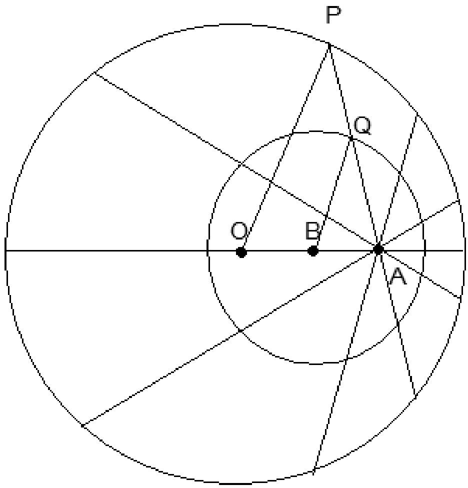


図 11　円形大都市圏における交通都市の経路

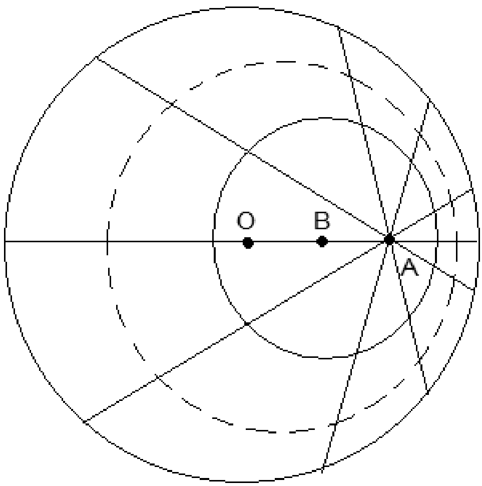


図 12　ニュータウン都市と交通都市の経路

いては，Thunen（1826）の地理設定と同様に円形の同質平野上（ここでは大都市圏）の O 点は中心地であり，その中心地では CBD（Central Business

District）としての機能が集中しているビジネス都市が形成されている。また，創出した都市 A は工業都市[17]として，O 点を中心とする大都市圏の円周には農村が分布しており，都市 A と農村の各生産物の交換が 1//2 の地点で行われるとすると，その経路は B 点を中心とする円となる。したがって，B 点は等距離のメリットから工業製品や農産物が集まる商業都市となる。さらに，O 点と B 点を離心とする楕円は，点線で描かれている。したがって，楕円の性質から点線のどの地点からも O 点への距離と B 点への距離の和が一定となることから，点線上にニュータウンが建設されることになる。

7　単一中心都市からコンパクトシティへ

図 13 から人口が空間的に均一な A 点を中心とする単一中心都市を，ドーナツ状のニュータウンを建設して，そこに総人口を移動させ，B 点にビジネス，公共サービスおよびショッピングセンターを集中させるコンパクトシティを建設する

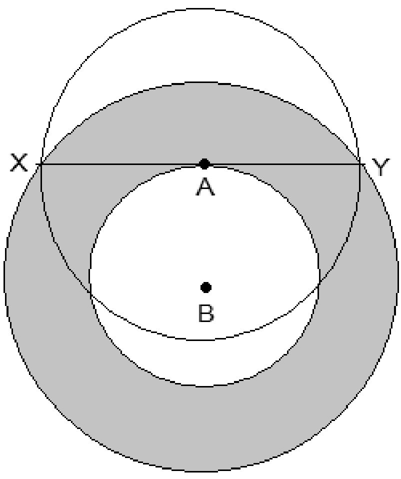


図 13　単一中心都市からニュータウン都市へ

17　この都市は，比較優位性によって創造された都市であり，立地点は大都市圏内であればどこでもかまわない。

場合，B 点が新都心で，A 点が副都市となる可能性がある。これは移動コスト，廃棄コスト，観光資源の存立などから A 点が残される可能性があるためである。

ちなみに，Papas（1989，邦訳 p.98）から X-Y を直径として A 点を中心とする円の面積と B 点を中心とするドーナツの部分の面積は等しい。したがって，人口と面積が比例しているとすると（または人口密度=1），単一中心都市の総人口がニュータウンに居住できることになる。

8　交通都市としての開発領域

図 14 から，中心が A および B である 2 つの円形都市が存在しており，それぞれの円周において企業が立地しており，Chritaller の交通原理によって，企業は各円周からの距離の 1/2 のところに事業所を設けるように行動すると仮定すると，交通都市が創出する領域は，

$$M=\frac{A+B}{2}+\frac{Re^{iu}+re^{iv}}{2}$$

の集合領域で表わされる[18]。ただし，M は X-Y の中点であり，$0\leq u\leq\pi$，$0\leq v\leq\pi$ である。ちなみに，M の軌跡は C を中心とする円の $\frac{R-r}{2}$ と R+r の間にある点の集合となる。

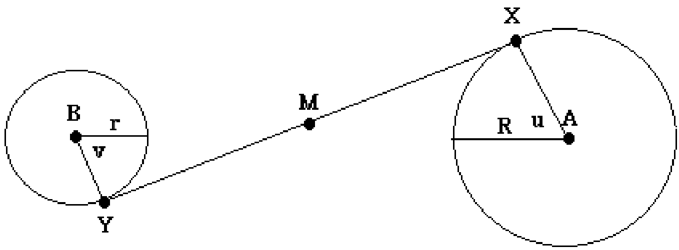


図 14　2 つの円周地点間の中心地

ここで交通都市が創出される領域は，図 15 のグレーゾーンであり，この領域に企業を誘致するための開発計画が施される。上記の他の解法としては，小林

18　これは，Zeitz（2007，訳出，pp.147-148）における Putnam 1996 にもとづいている。

(2010 年，p.149）がある。

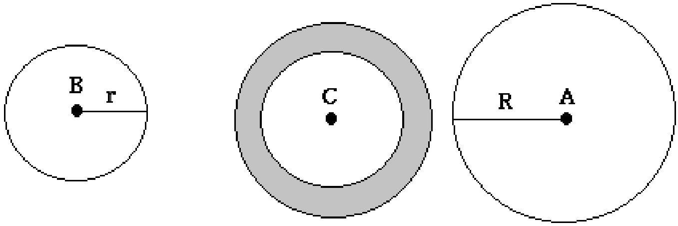


図 15　交通都市の創出領域

9　副都心の数と格差

図 16 において，互いの外接する 2 つの等円（半径が $r_1 = \hat{r}_1$）が，半径 r の円に内接しており，この内接のもとで 3 つの円に内接している円の半径を t とすると，

$$n = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{r}{t_n} - 14} + 1\right) \tag{1}$$

が成立する[19]。ここで，円の半径 t_n ($t_1 \neq t_n$) を有する都市を副都心として，副都心の大きさがランク・サイズの法則に従っているとすると，

$$t_n^2 \pi = \frac{t_1^2 \pi}{n^{\alpha}} \tag{2}$$

から，

$$t_n = \frac{t_1}{n^{0.5\alpha}} \tag{3}$$

で表される。ただし，t_1 は都心部の半径を示す。これを，上式へ代入して整理すると，

$$0 = \frac{r}{t_1} n^{0.5\alpha} - 4n^2 + 4n - 15 \tag{4}$$

が導かれる。これより，都心部の大きさである半径は，

$$t_1 = \frac{rn^{0.5\alpha}}{4n^2 + 4n - 15} = \frac{rn^{0.5\alpha}}{(2n-1)^2 + 14} \tag{5}$$

19　これについては，深川英俊，トニー・ロスマン（2010 年，pp.192-193 および pp.219-222）において説明されている。

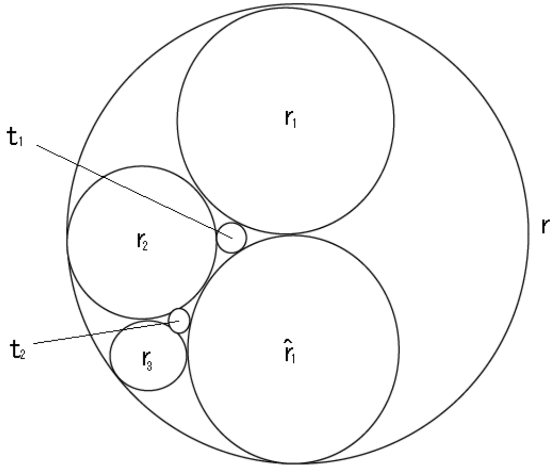


図 16　円形大都市圏における都心と副都心

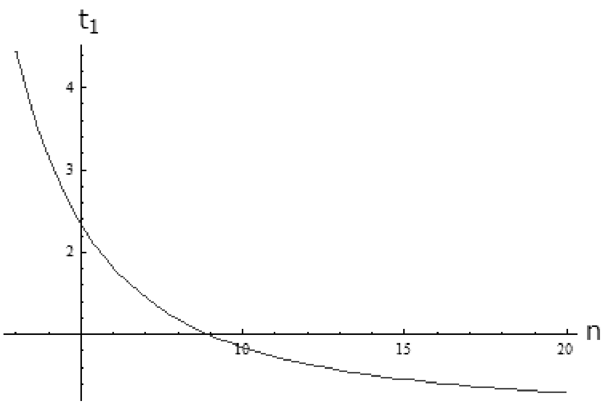


図 17　都心部の半径と都市のランク

で表される。

図 17 は，$r=100$，$\alpha=1$ のケースについて描かれている。

この図から，副都心が多くなるにつれて都心部の大きさが徐々に小さくなることを示唆している。

III　都市の構成から見る国の生産性─ランク・サイズモデルとゼータ関数─

国の生産力は都市を生産要素として都市数から成る生産関数を単純な指数タイプを仮定すると，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1 + \varepsilon P_2 + \cdots\cdots \varepsilon P_n)^{\beta} \tag{1}$$

で表わされる。ただし，これに，ランク・サイズモデルを応用すると，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1 + \frac{1}{2^{\alpha}} + \cdots\cdots + \frac{1}{n^{\alpha}}\right)^{\beta} \tag{2}$$

で表わされる。

国レベルにおける都市の数は，都市から村まで数えて無数にあるほど多く存在すると仮定すると，(1) 式および (2) 式から，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1 + \varepsilon P_2 + \cdots\cdots \varepsilon P_n + \cdots)^{\beta} = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1 + \frac{1}{2^{\alpha}} + \cdots\cdots + \frac{1}{n^{\alpha}} + \cdots\right)^{\beta} \tag{3}$$

で表わされる[20]。(3) 式の 3 項目のカッコ内の無限級数はフェルマーの大定理を証明するために応用されたリーマンのゼータ関数を示している[21]。ここで先進国の都市において経験的な推計値を見ると，ほぼ $\alpha = 1$ であり，これを (3) 式に代入すると，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1 + \frac{1}{2} + \cdots\cdots + \frac{1}{n} + \cdots\right)^{\beta} = \infty \tag{4}$$

になる。以下では経済水準が異なる国を比較する意味において $\alpha = 1.01$ として，これを (3) 式に代入すると，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1 + \frac{1}{2^{1.01}} + \cdots\cdots + \frac{1}{n^{1.01}} + \cdots\right)^{\beta} = A(\varepsilon P_1)^{\beta}(100.578)^{\beta} \tag{5}$$

で表わされる。さらに都市の規模により格差がみられる国において，$\alpha = 2$ とすると

20　ここでは，http://Keisan.casio.jp を用いてゼータ関数の無限級数部分の解が計算されている。代表的な数値解については，Adrian (2006) に掲げられている。

21　これについては，佐藤 (1998 年，VIII) を参照せよ。

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{n^2}+\cdots\right)^{\beta}$$
$$= A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(\frac{\pi^{2\beta}}{6}\right) = A(\varepsilon P_1)^{\beta}(1.643)^{\beta} \tag{6}$$

で表わされる。ちなみにカッコ内の無限級数部分の解は，オイラーによって最初に計算されている。（以下同様），ここで，興味深いことは，n が奇数のときは，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1+\frac{1}{3^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n+1)^2}+\cdots\right)^{\beta}$$
$$= A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(\frac{\pi^{2\beta}}{8}\right) = A(\varepsilon P_1^2\pi)^{\beta}(1.232)^{\beta} \tag{7}$$

であり，n が偶数のときは，

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n)^2}+\cdots\right)^{\beta}$$
$$= A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1+\frac{\pi^2}{24}\right)^{\beta} = A(\varepsilon P_1)^{\beta}(1.411)^{\beta} \tag{8}$$

である。このことから，非現実的ではあるが一例としてランク１都市の合併においては奇数ランクの都市群と合併するよりも偶数ランクの都市群と合併する方が都市の生産性が高いことを示唆している。

さらに，都市の規模により格差がみられる国において，$\alpha=4$ とすると

$$Q_n = A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(1+\frac{1}{2^4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n^4}+\cdots\right)^{\beta}$$
$$= A(\varepsilon P_1)^{\beta}\left(\frac{\pi^{4\beta}}{90}\right) = A(\varepsilon P_1)^{\beta}(1.082)^{\beta} \tag{9}$$

で表わされる。

一般に，先進国ほど交通条件がよく，とりわけその首都において企業が集積している点から，後進国の首都よりは企業数が比較的多いと考えられる。したがって，(2) ～ (9) 式に見られる $A(\varepsilon P_1)^{\beta}$ は，企業を含む一種の集積の経済効果と言えよう。

ここでは観光地の格差をなくした方が，経済効果がかなり高いことが示されている。

さらに，上記の各式における$A(\varepsilon P_1^2\pi)^{\beta}$が集積の経済性を示していると考える

ならば，国の生産の空間的都市規模格差弾力性を意味するところのβが，集積の経済性に関わっていることは興味深い。

図 18 は，$A(\varepsilon P_1)^{\beta}=10^{\beta}$として，小格差，中格差，大格差の都市規模を有する国の生産性について 0＜β＜1 の範囲で描かれている。

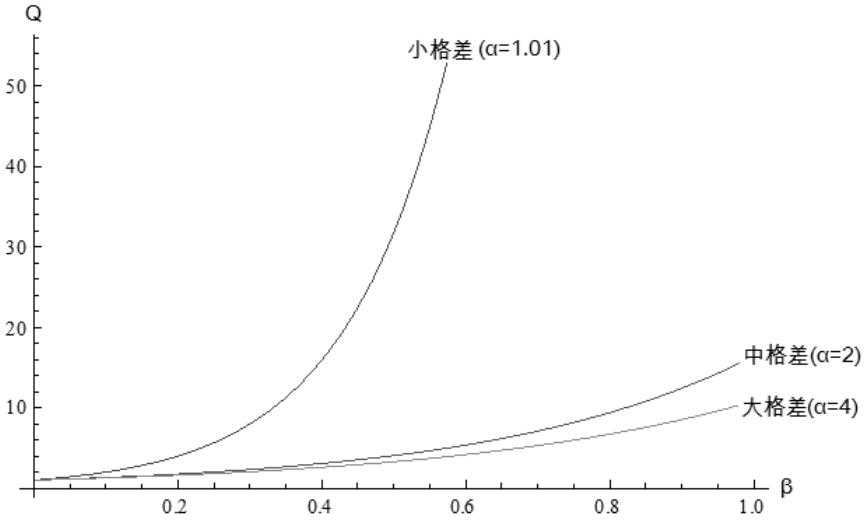


図 18　都市の格差別と生産水準

この図 18 から，都市規模の格差がない国ほど，生産水準が逓増することが示されている。

ここでは，ランク・サイズモデルとゼータ関数を組み合わせることによって，各国の最大都市の財政が分かるだけで，GNP などが推計されることが可能となるため，実証することが今後の課題である。

Ⅳ　都市の合併，都市の規模を考慮した当該産業の生産効果

1　都市の合併に伴う CES 型生産関数を有する産業の特性

ここでの系（付録 C）は，規模の異なる円形の単一中心都市が集まっており，

人口は都市の面積に比例している。また，接し合う都市同士によって合併が行われる。まず最大（ランク 1）都市とこれに隣接しているランク n の都市が合併した場合，ランク n 都市の役所機能の移転やそれに伴う最大都市の都心部の企業立地の増加によって雇用量が促進され，そのことがランク n の都市からも大都市都心部への就業を促すことになる。その場合，賃金は同じであっても給料に上乗せされる交通費および住宅費などによって企業の負担の度合いが異なってくる。

ここでは，都心部に見られる産業[22]サービス産業が，合併後の新旧都市のどちらに移動するかについて代替弾力性や代替パラメーターの関係を調べるために，ランク・サイズモデルを応用した CES 関数[23]はつぎにように表わされる。

$$
\begin{aligned}
Q_{1n} &= A(\varepsilon(P_1^2\pi)^{-\beta} + (1-\varepsilon)(P_n^2\pi)^{-\beta})^{-1/\beta} \\
&= A(P_1^2\pi)(\varepsilon + (1-\varepsilon)(\frac{1}{n^{\alpha}})^{-\beta})^{-1/\beta} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

この（1）式である生産関数の性質から，代替の弾力性 σ は，

$$
\sigma = \frac{\dfrac{d(\bar{S}_n/\bar{S}_1)}{\bar{S}_n/\bar{S}_1}}{\dfrac{d(w_1/w_n)}{w_1/w_n}} = \frac{2\dfrac{d(\bar{P}_n/\bar{P}_1)}{\bar{P}_n/\bar{P}_1}}{\dfrac{d(w_1/w_n)}{w_1/w_n}} \qquad (2)
$$

で表わされる。ただし，$S_1 = P_1^2\pi$ および $S_n = P_n^2\pi$ は各都市の面積を，w_1 および w_2 は最大都市の賃金および第 n 番目の都市の賃金をそれぞれ示す。また，σ は与えられた生産水準を維持するための賃金の比率 w_1/w_n の変化に $\bar{S}_n/\bar{S}_1$ 対する労

22　取り分け，都心部に集積している産業は一般にサービス産業が見られるが，ここでは特定化せずに分析の結果として，産業の特徴を見ると，サービス産業が考察される。

23　ちなみに，Chiang and Wainwright（2005, p.397）において CES 型生産関数およびコッブ＝ダグラス型生産関数の A は効率パラメーター（または技術水準指標），β は代替パラメーターとそれぞれ呼ばれている。なお，ここでの A には，系の中での最大都市の比較優位性が含まれており，これがあるため都市の合併によって最大都市（より大きな都市）の都心部に企業を集中させることで生産水準を上げることが可能となる。例えば，2 万人の都市と 3 万人の都市が合併する場合を考えよう。それぞれの生産の人口弾力性を 0.5 とすると，合併前と後の生産水準の関係は，$\sqrt{2}+\sqrt{3}>\sqrt{5}$ であるが，より大きな 3 万人の都市に 10 の比較優位性が存在するならば，$\sqrt{2}+10\sqrt{3}<10\sqrt{5}$ となり，合併による生産水準が増大することで合併が有効になる。

働の比率の変化を示している。したがって，相対的に最大都市の賃金が高くなれば，ランク n の都市からの雇用量が相対的に増えることを示唆している。例えば最大都市（ランク 1 の都市）において通勤費よりも住宅手当が高い場合がこれに相当する。逆に，第 n 番目の都市からの通勤費が住宅手当よりも高い場合は最大都市の雇用量が増えることになる。

また，CES 関数において代替の弾力性 σ と代替パラメーター β との関係については，

$$\sigma = \frac{1}{1+\beta} \tag{3}$$

である。したがって，$-1<\beta<0$ の時は相対的に代替の弾力性 σ が高く，$0<\beta<\infty$ の時は相対的に代替の弾力性 σ は低くなる。さらに，代替の空間弾力性 γ は，

$$\gamma = \frac{\sigma}{2} = \frac{1}{2(1+\beta)} \tag{4}$$

で表わされる。図 19 は，σ および γ が $-1<\beta<8$ で描かれている。

ここで（3）式と（4）式を比較すると，賃金による相対的変化は，交通費よりも労働を変化させる方が一定の生産水準を維持させるのに重要であることを示唆している。ただし，代替パラメーター β が大きくなるほど，それぞれの代替弾力性の差は縮小していく。

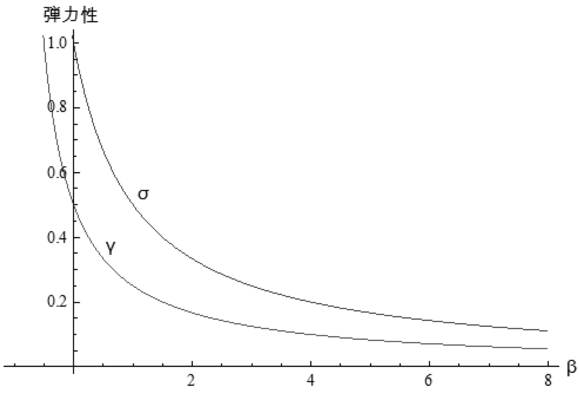


図 19　代替弾力性と代替パラメーター

図 20 では，$A(P_1^2\pi)=100$，$\alpha=1$，$-1<\beta<10$，$\varepsilon=0.5$ として $n=2, 3, 4, 5$ のケースについて描かれている。

これについては，大きな規模の都市との合併ほど，かつ代替の弾力性が大きい（βが小さい）産業の生産水準は相対的に高いことを示唆している。また合併される都市の規模を示すランクが小さくなるにつれて産業の生産水準が徐々に低下していくが，その差は代替の弾力性が小さいほど（βが大きいほど）拡大する傾向がある。

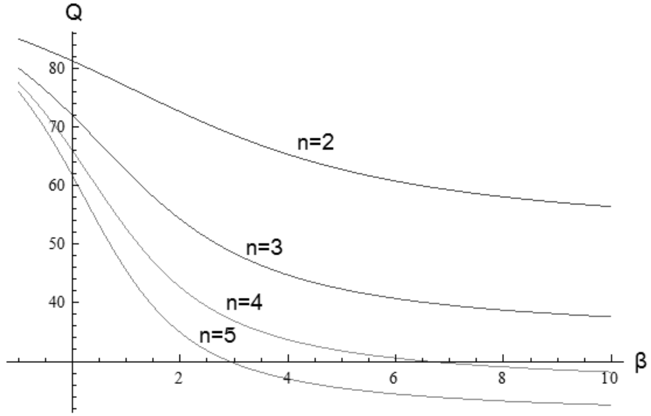


図 20　生産水準と代替パラメーター

図 21 は $A(P_1^2\pi)=100$，$\alpha=1$，$-1<\beta<8$，$\varepsilon=0.8, 0.5, 0.2$ として $n=2$ としてのケースについて描かれている。

これについては，合併する都市（ここでは最大であるランク 1 の都市）における産業の分配パラメーターεが相対的に高く，代替の弾力性が大きい企業ほど生産水準は相対的に高いことを示唆している。

図 22 は，図 20 と図 21 を合成させたものであり，ランク 1 の都市とランク 2 の都市とが合併したケースを示している。$A(P_1^2\pi)=100$，$n=2$，$\alpha=1$，$0<\varepsilon<1$，$-1<\beta<10$ で描かれている。

これについては，ランク 1 である最大都市とランク 2 の都市とが合併する場合，最大都市の労働分配率がかなり高く（$\varepsilon\approx 1$），代替の弾力性の大きさに関わりな

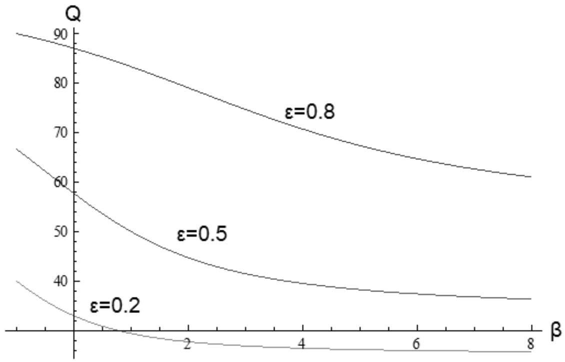


図 21　分配パラメーター別生産水準と代替パラメーター

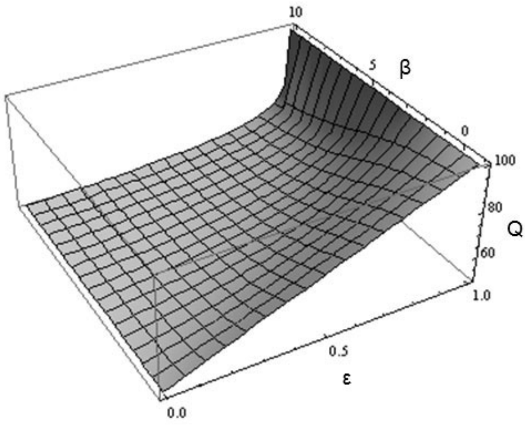


図 22　生産水準，代替および分配パラメーター

い企業は高い生産性を維持できる。これは，大都市で労働シェアの高い産業で，都市間の賃金差がそれほどない産業を示していることから，サービス業が当てはまりそうである。したがって，大きな都市同士の合併は，より大きな都市のサービス業のシェアを増やすことを示唆している。

一方，ランク 2 の都市（合併された都市）において労働の分配率が相対的に低いあるいは低くなった企業が生産性を高めるためには，代替の弾力性を大きくす

ることが必要であり，公共交通や公共住宅などに依存するものの，賃金を相対的に上げる必要がある。

2　都市の合併に伴うコブ・ダグラス型生産関数を有する産業の特性

上記 1 同様（付録 C）の系において，観光サービス産業が代替できる 2 つの都市（最大都市と第 n 番目の都市）の中心部に観光レジャー・サービス業が立地しており，その企業の生産関数は，以下のコブ・ダグラス型を仮定する。また，モデルを単純化するために，2 つの都市の観光産業雇用密度は同一である。

$$Q=A(\varepsilon_1 P_1^2\pi)^{\beta}(\varepsilon_n P_n^2\pi)^{1-\beta}=A(\varepsilon_1 P_1^2\pi)^{\beta}\left(\frac{\varepsilon_1 P_1^2\pi}{n^{\alpha}}\right)^{1-\beta}=A\varepsilon_1 P_1^2\pi\,(n^{\alpha\beta-\alpha})\quad(1)$$

ただし，β は 0＜β＜1 であり，生産の最大都市（合併する都市）人口の弾力性を示している。また，ε_1 および ε_n は 2 つの都市の観光産業雇用密度（以下，雇用密度）を示す。

この関数の性格から代替の弾力性 σ および代替の空間的弾力性 γ は，

$$\sigma=\frac{\dfrac{d(\bar{S}_n/\bar{S}_1)}{\bar{S}_n/\bar{S}_1}}{\dfrac{d(w_1/w_n)}{w_1/w_n}}=1\qquad(2)\ \text{および}\qquad \gamma=\frac{\dfrac{d(\bar{P}_n/\bar{P}_1)}{\bar{P}_n/\bar{P}_1}}{\dfrac{d(w_1/w_n)}{w_1/w_n}}=\frac{1}{2}\qquad(3)$$

で表わされる。(2) 式から，相対的な比率を 1 に維持するには，賃金率の比率の変化に対して相対的に都市（労働）人口の比率の変化を同じにする必要があることを示唆している。さらに (3) 式から，円の半径を交通費と考えるならば，その交通費の比率の伸びは雇用の比率の伸びの半分である。これらのことから，ここでの都市は円形であることを反映して当該産業は交通費よりも労働量の方が敏感に働く傾向にある。

ここでの企業は，各都市の観光レジャー・サービス施設を集積することによって利潤最大化することを考慮すると，すなわち，施設の集積が雇用を増やすとすると，その企業の利潤関数[24]は，

24　この関数とは異なった，交通費を考慮した利潤関数については，拙論(2010年)を参照せよ。

$$\Pi = A(\varepsilon_1 P_1^2 \pi)^{\beta} (\varepsilon_n P_n^2 \pi)^{1-\beta} - w_1 \varepsilon_1 P_1^2 \pi - w_n \varepsilon_n P_n^2 \pi \tag{4}$$

で表される。また，雇用密度（＝集積密度）による利潤最大化の１階の条件は，

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial \varepsilon_1} = \frac{\beta Q}{\varepsilon_1} - w_1 P_1^2 \pi = 0 \tag{5}$$

および

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial \varepsilon_n} = \frac{(1-\beta)Q}{\varepsilon_n} - w_n P_n^2 \pi = 0 \tag{6}$$

である。さらに，(5) 式および (6) 式から，

$$\frac{\beta}{1-\beta} = \frac{\varepsilon_1 w_1 P_1^2 \pi}{\varepsilon_n w_n P_n^2 \pi} = \frac{\varepsilon_1 w_1}{\varepsilon_n w_n} n^{\alpha} \tag{7}$$

または

$$\beta = \frac{An^{\alpha}}{1 + An^{\alpha}} \tag{8}$$

で表される。ただし，$A = \frac{\varepsilon_1 w_1}{\varepsilon_n w_n}$ を示す。

ここで，雇用密度と比例的な集積密度が各都市ともに差がないとすると，図23から 1＜A であれば最大都市の賃金率がランクｎの都市の賃金率を上回っていることを，1＝A であれば等しく，1＞A であれば最大都市の賃金率がランクｎの都市の賃金率を下回っていることを示唆している。

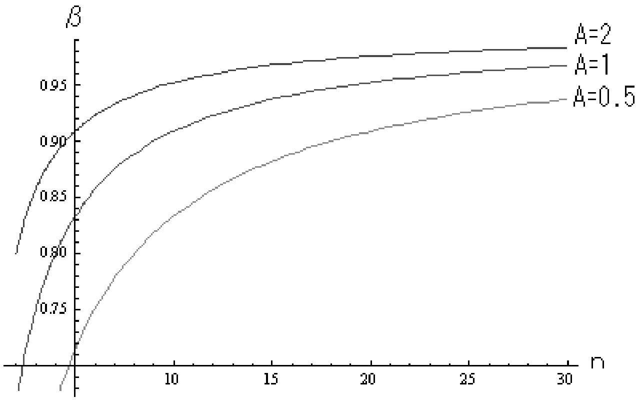


図 23　技術係数別代替パラメーターと都市ランク

図 24 は $\alpha=1$，$0<\beta<1$，$1<n<20$ の範囲で描かれている。

この図から，がかなり大きい場合は合併された都市の規模に関わらず合併後の都市の生産水準は大きいことが分かる。

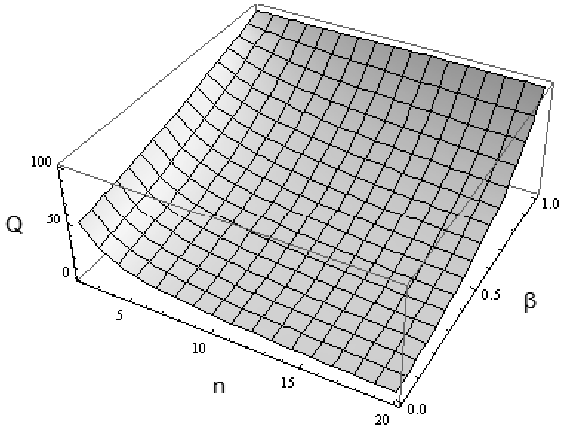


図 24　生産水準，代替パラメーターおよび都市ランク

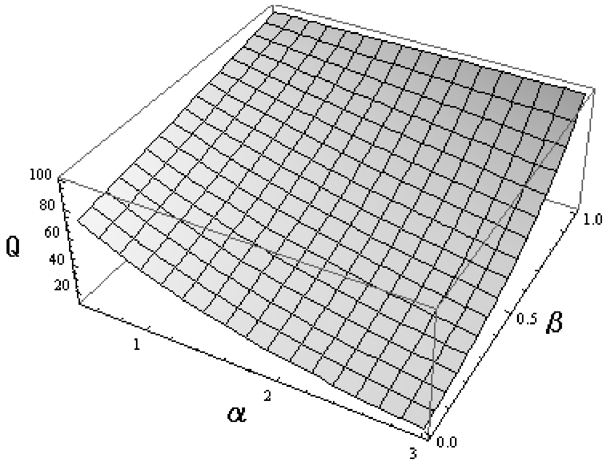


図 25　生産水準，代替パラメーターおよび都市ランク係数

図 25 は $n=2$，$05 \leq \alpha \leq 3$，$0 < \beta < 1$ の範囲で描かれている。

この図から，βが相対的に大きく都市の規模の格差であるαが相対的に小さいほど合併後の都市の生産水準は高いことが分かる。

V　おわりに

ここでは，円形の市場を前提として，市場が交差する点および領域において集積の経済が創出するという観点から，まず 3 つの市場が交差する領域にあるファントム点およびフェルマー点などの特徴から都市の規模と立地について考察した。ついで相加相乗平均不等式から系における市場の生産水準の総計は，系の集積の経済効果を常に上回ることが分かった。またジョンソンの定理から 3 つの等円を市場とみなし，集積の経済を最も享受する都市と 2 つの市場の重複から成る集積の経済を有する 3 つの都市およびこれら 3 つの都市から最短で均等な距離にある地点に創出する都市に関する系について考察した。見方をかえて物理学のモーメントを新旧都市間に応用した場合に創出する副都心の立地点を導いた。さらに，中心が異なる都市と都市圏が存在する場合の交通都市の経路と住宅都市（またはニュータウン）の経路を導いた。また，2 つの都市の円周上に立地する企業の交流によって創出される交通都市の軌跡としての集合空間について考察した。円形の都市圏に内接されているいくつかの円形都市が存在する場合，その空間にランク・サイズの法則を応用することによって都心の大きさと副都心の数との関係がシミュレーションされ，副都心が増えると都心部の大きさが徐々に小さくなっていくことが分かった。つぎに，国の中に市区町村が無数に近いくらい存在するとした場合，ゼータ関数をランク・サイズモデルに応用すると，そこでのモデルに最大規模の都市の経済力を当てはめることだけで推計できることを示した。最後に，ランクが異なる円形都市の合併による産業の生産効果について CES 型生産関数を用いてシミュレーションすると，労働分配率がかなり高く，代替の弾力性に関わらない企業ほど生産性を維持できることが分かった，さらにコブ＝ダグラス型生産関数を用いて観光サービス業の新旧都市の代替弾力性についてシミュレーションすると，生産を維持するために賃金比率と人口比率を同じにすることやこ

の産業は交通費よりも労働量の方が敏感に作用することなどが分かった。

今後の研究としては，市場にもとづく集積によって創出される都市の一般立地システムおよび最近注目されているコンパクトシティについて幾何学，地理学および経済理論との関係から明らかにすることである。

＜付録 A＞　生産性拡大による段階的集積の経済

Weber（1909）は，工業立地論において集積関数は，生産規模の限界を考えながら市場の半径と製品の運送費からなるものとして構築されている。ここでは単純に，現在の交通条件の改善されている状況を踏まえて，製品と部品が比例的であり，市場が均等に大きくなり，各中心地から距離の抵抗が同じであることから，生産水準そのものが市場の重複地において集積の経済が起りうるものとする。実際は C 点において最も大きな集積の経済が起りうることになるが，その拡大による集積の経済については上記の 1.3 のとおりである。

図 A-1 から，重複しているところのグレーの 4 つの花弁の面積は，

$$V=2r^2\pi-4r^2=2(\pi-2)r^2=2.28r^2 \tag{1}$$

である。ただし，r は各市場の半径を示す。

また，その空間での集積の経済は，（面積当たり 1 企業，1 単位の生産を仮定)

$$Q=\frac{2(\pi-2)r^2}{4}2\cdot4=4(\pi-2)r^2 \tag{2}$$

である。したがって，市場当たりの集積の経済は，

$$\frac{Q}{4r^2\pi}=\frac{4(\pi-2)r^2}{4r^2\pi}=\frac{\pi-2}{\pi}=0.36 \tag{3}$$

である。

一般的に，2 つの組み合わせによる系の生産水準の最小値の軌跡は，1.1 における（3）式から，

$$m_1m_2+m_1m_3+\cdots+m_2m_3+\cdots m_{n-1}m_n\geq {}_nC_2(m_1m_2\cdots m_n)^{\frac{n-1}{{}_nC_2}} \tag{4}$$

または，

$$M_n\geq {}_nC_2\hat{M}_n^{\frac{n-1}{{}_nC_2}} \tag{5}$$

で表わされる。

ただし，$M_n=m_1m_2+m_1m_3+\cdots+m_2m_3+\cdots m_{n-1}m_n$，$\hat{M}=m_1m_2\cdots m_3$である。

図 A-2 は，系における 2 つの組み合わせによる市場の相互作用から成る集積の経済効果の合計 M_n の最小値が描かれている。ただし，$3\leq n\leq20$である。

この図から，系における市場の対による集積の経済効果の最小値は，初めのうちは小さくなるものの，市場が増えるにつれてその最小値は大きくなる。

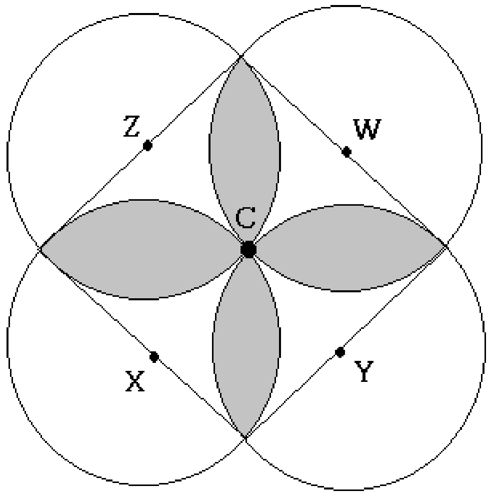


図 A－1

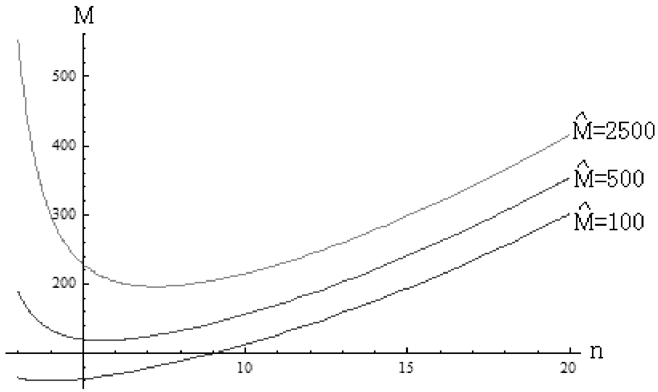


図 A－2

＜付録B＞　ジョンソンの定理の概要

図 B において，円の半径と射影幾何の観点から，すべての辺の長さが等しい直方体は，立方体である。それゆえ，

$$B_{12}C = B_{23}C = B_{31}C$$

が成立する。

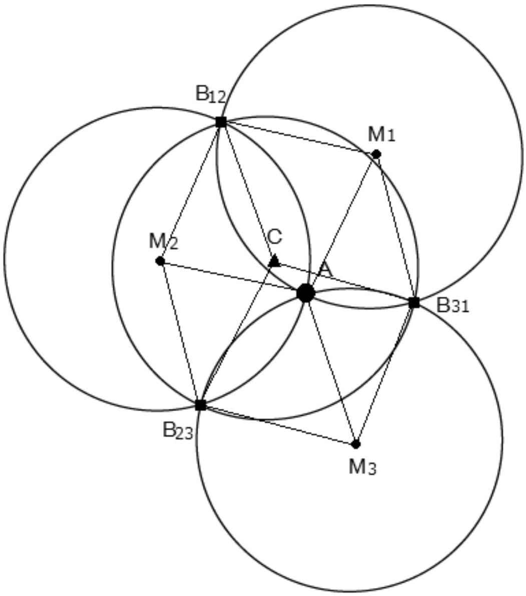


図 B

＜付録 C＞　単一中心都市の合併可能性空間

図 C には，最大規模の円形の都市である都市 1 と合併可能性があるいくつかの周辺都市（ランクとして 2 以下の都市）が描かれている。ただし，都市 1 と周辺の都市は必ずしも接している必要はないが，接しているのは交通条件が複雑になることやシミュレーション分析がし易くなるという点からである。ちなみに，合併による生産水準の大きさやアクセスによる集積の経済効果については，合併する 4 つの都市の場合において空間の形状によって，とりわけ現実に近い一般的空間と Soddy 空間との区別において違いが明確であることが分かっている。これについては，拙著（2007 年，2008 年，2009 年）および拙論（2011 年）を参照のこと。

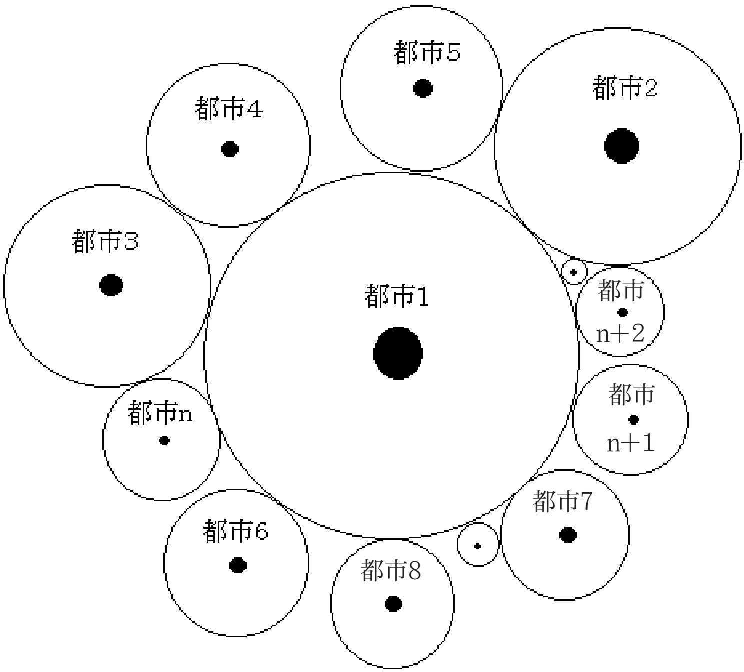


図 C

注）円の面積は，都市の空間的大きさとそれに比例する人口および企業の大きさを示しており，●は都心部の大きさをそれぞれ示している。

参考文献

Adrian N. H. Y (2006) The Pleasure of Pi,e and Other Interesting Numbers, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.（共訳 - 久保儀明・蓮見　亮『πと e の話―数の不思議―』青土社，2008 年）

Alfred, S. Posamentier and L. Ingmar (2004): A Biography of the World's Most Mysterious Number（邦訳 - 松浦俊輔『不思議な数πの伝記』日経 BP 社，2007 年）

Chiang, A. C. and K. Wainwright (2005) Fundamental Methods of Mathematical Economics, 4th ed., McGraw-Hill Company.

Christaller, W. (1933) Die zentralen Orte in Suddeutschland, Gustav Fischer, Jena, 331S（邦訳 - 江沢譲爾『都市の立地と発展』大明堂，1969 年）

Dantzig, G. B. and T. L. Saaty (1973) Compact City, W. H. Freeman and Company（監訳 - 森口繁一『コンパクトシティ』日科技連出版社，1974 年）

Hollingdale, S. (1989) Makers of Mathematics, Pelican Books（岡部恒治監訳『数学を築いた天才たち（上）（下）』ブルーバックス，講談社，1998 年）

Hoover, E. M. (1937) Location Theory and the Shoe and Leather Industries, Harvard University Press（邦訳 - 西岡久雄『経済立地論』大明堂，1968 年）

Isard, W. (1956) Location and Space-Economy, The M. I. T. Press（木内信蔵監訳『立地と空間経済』朝倉書店，1964 年）

Krugman, P. (1991) Geography and Trade, The MIT Press（邦訳 - 北村行伸・高橋亘・妹尾美起『脱「国境」の経済学』東洋経済新報社，1994 年）

Launhardt, W. (1882) Die Bestimmung des zweckmaBigsten Standortes einer gewerblichen Anlage, Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieur 29-3（邦訳 - 金田昌司「ラウンハルト工業設備の最適立地の決定」『経済地理学の諸問題』4，経済地理学会，1967 年）

Lösch, A. (1962) Die raumliche Ordnung der Wirtschaft, Gustav Fischer Verglar, Stuttgart（邦訳 - 篠原泰三『レッシュ経済立地論』大明堂，1991 年）

Murphy, R. E. (1971) The Central Business District, Longman.

Nahin, P. J. (2004) When Least is Best, Princeton University Press　（邦訳 - 細川尋史『最大値と最小値の数学　上，下』シュプリンガー・ジャパン，2010 年）

Papas, T. (1989) The Joy of Mathematics, Wide World Publishing/Tetra（邦訳 - 安原和見『数学の楽しみ』ちくま学芸文庫，2007 年）

Palander, T. (1935) Beitrage zur Standortstheories, Stockholm dissertation（邦訳 - 篠

原泰三『立地論研究，(上)（下)』大明堂，1984 年)
Thünen, J. H. von (1826) Der Isolated Staat, in Beziehung auf Landwirtshaft and Nationalekonomie（邦訳 - 近藤康男『孤立国』農村漁村文化協会，1974 年)
Weber, A. (1909) Ueber den Standort der Industrien, Tubingen（邦訳 - 篠原泰三『工業立地論』大明堂，1986 年)
Zeitz, P. (2007) The Art and Craft of Problem Solving, Second ed., John Wiley & Sons, Inc. (共訳-山口文彦，松崎公紀，三橋　泉，松永多苗子，伊地知　宏『エレガントな問題解決―柔軟な発想を引き出すセンスと技―』オライリー・ジャパン，2010 年)
秋山武太郎『わかる幾何学』日新出版，1959 年
金田昌司『経済立地と土地利用』新評論，1978 年
神頭広好『都市，交通およびニュータウンの立地―平面幾何学の応用―』愛知大学経営総合科学研究所叢書 31，2007 年
神頭広好『都市の立地と幾何学―新しい立地論の方向性―』愛知大学経営総合科学研究所叢書 33，2008 年
神頭広好『都市の空間経済立地論―立地モデルの理論と応用―』古今書院，2009 年
神頭広好「コンパクトシティ都市圏の構想に向けて―幾何学から見た都市圏の定義―」『経営総合科学』愛知大学経営総合科学研究所，第 93 号，2010 年，pp.1-21.
神頭広好「集積および交通にもとづく観光都市の合併による経済効果」『交通学研究』日本交通学会，2011 年，(刊行予定)
小林幹雄『復刊　初等幾何学』共立出版，2010 年
佐々木公明・張陽『都市サブセンター形成の経済分析』有斐閣，2005 年
佐藤修一『自然にひそむ数学』講談社，1998 年
前原　潤『円と球面の幾何学』朝倉書店，1998 年
深川英俊，ダン・ソコロフスキー『日本の幾何―何題解けますか？』森北出版社，1991 年
深川英俊，トニー・ロスマン『聖なる数学：算額』森北出版社，2010 年
難波　誠『幾何学　12 章』日本評論社，2000 年
西岡久雄『立地論―増補版―』大明堂，1993 年

あとがき

今回の叢書は，主として幾何学的観点から，都市の立地研究を整理したものである。幾何学と言っても微分幾何学のように数値を扱うものでなく，トポロジー幾何学のようにドーナツを扱うものでもなく，どちらかというと初等幾何学であり，立地論で言うならば一昔のドイツの研究者の流れを汲んでいる。20 世紀初頭ころは工場の立地が主流であり，当時は運送費が重視されたこともあり，運送費最小化によるモデルが，幾何学を通じて流行っていたように思われる。しかし，現在においては，コンピュータの普及に伴い，距離の概念が薄れてきてはいるものの，企業にとってみれば，面と向かって（face to face）の商談が必要となり，物流と同等に人的移動が重視されてきている。また，これによって市場の範囲が拡大すると，企業は集積の高いところに事業所を構えようとするために，そこでは集積の経済が生まれ易くなる。したがって，古典的なモデルでも解釈次第では，今でも役立つものがある。例えば生産水準と交渉力が比例しているとすれば，企業のコミュニケーションに関わる距離は生産距離に代えることが可能となる。

ここでは，集積の経済効果を各市場の生産要素または生産性の相互作用から生まれる生産水準として，各市場の生産水準の積を基本としている。そこでは複雑な生産関数は使わず，単純な関数に留めている。また，都市や地域に関連する Journal において生産関数の中にランク・サイズの法則を組み込んで，都市の合併や集積の経済を扱っているモデルが見当たらない。そのため文献の渉猟不足かも知れないが参考文献には Journal などは上げられておらず，ほとんどが幾何学および立地論の訳書か和書が中心になっている。

本叢書は，古典から未知（おそらく理解されえない内容）のものまで，天文学的な部分が多々あるが，読者のアイディアに貢献できれば幸いである

著者紹介

神　頭　広　好（こうず　ひろよし）

KOZU HIROYOSHI

愛知大学経営学部教授

専　攻　経営立地論，立地分析

愛知大学経営総合科学研究所叢書 37

都市の立地構造

—幾何学，地理学および集積経済からの発想—

2011 年 3 月 22 日発行

著　　　者　神　頭　広　好

発　行　所　愛知大学経営総合科学研究所

〒470-0296　愛知県みよし市黒笹町清水 370

印刷・製本　株式会社　一 誠 社

名古屋市昭和区下構町 2-22

[非売品]

ISBN 978-4-9903681-6-6