

経営総合科学

第 114 号

[論 説]

資本・持分・純資産

—— 概念と用語の整理 ——

池田幸典

B-N (ベーシック-ノンベーシック) 分析にもとづく駅の特性

—— 名古屋都市圏都市部を対象にして ——

神頭広好

「資本主義の精神」と企業

—— 専門化と競争力 ——

野末英俊

インドネシア・マレーシアにおけるイスラム会計

松田修

均衡および不均衡における

マクロ信用創造モデルとマクロ貨幣創造モデル

藤原秀夫

A Weak Proof of the Goldbach Conjecture

神頭広好

Nelder-Mead 法の数学的基礎

有澤健治

2021年2月

愛知大学経営総合科学研究所

経営総合科学 第 114 号

[論 説]

資本・持分・純資産

—— 概念と用語の整理 ——

..... 池 田 幸 典… 1

B-N (ベーシック-ノンベーシック) 分析にもとづく駅の特性

—— 名古屋都市圏都市部を対象にして —— 神 頭 広 好… 17

「資本主義の精神」と企業

—— 専門化と競争力 —— 野 末 英 俊… 29

インドネシア・マレーシアにおけるイスラム会計

..... 松 田 修… 49

均衡および不均衡における

マクロ信用創造モデルとマクロ貨幣創造モデル 藤 原 秀 夫…107

A Weak Proof of the Goldbach Conjecture 神 頭 広 好…137

Nelder-Mead 法の数学的基礎 有 澤 健 治…143

[論 説]

資本・持分・純資産 —— 概念と用語の整理 ——

池 田 幸 典

1 はじめに

個人商店の簿記では、開業するにあたって個人商店の店主が手持ちの財産を提供することを「資本の元入（資本の元入れ）」と呼ぶ（大藪 [1978] 7 頁）。店主の財産は店にとっては資本金という貸方項目であるが、店主にとっては財産であるから、店主が店とは別に店主自身の帳簿をつけているとしたら、その店主の財産は借方項目である。このように、「資本」の語が貸方項目としての意味を持つこともあれば、借方項目としての財産を示す場合もある。簿記・会計上、資本とは何を指しているのか。

また、初学者向けの簿記講義¹のための教科書では、「資産－負債＝資本」という資本等式を説明したあとで、資本と純資産は同じものであるという説明をすることが多い（安藤他 [2020] 16 頁；大塚・川村他 [2020] 15 頁；渡部・片山・北村編著 [2020] 7 頁）。意味が同じなら異なる語を用いる必要はなく、資本か純資産かのどちらかに用語を統一すればよいであろう²。はたして、資本は純資産と同義なのであろうか。

また、資本の語は、持分（equity）と同義に用いられる場合もあれば、異なる意味を持つものとして理解されている場合もある。英語の capital を和訳す

ると「資本」になる³が、英語の equity の和訳は、持分となる場合もあるし、資本となる場合もある⁴。資本は持分と同義なのであろうか。

会計制度に目を向けてみると、日本では従来「資本の部」であったものが、「純資産の部」に置き換えられ、純資産の部の内訳として「株主資本」を表示しなければならない（企業会計基準第5号、第4項）。ここから、制度上は、純資産と株主資本とは同じではないことが理解できるが、「株主資本」でいうところの「資本」とは何を指しているのであろうか。

また、米国財務会計基準審議会（FASB）の概念書第6号では、営利企業では持分は純資産と同義であると説明している（FASB [1985] par.60）が、持分は純資産と同義なのであろうか。

このように、資本、持分および純資産の概念は、簿記・会計において非常にわかりにくいものの一つである。とくに、資本の語は、その意味が多義的であり、混乱がみられる。

そこで本稿では、簿記・会計における、資本、持分および純資産の概念規定と、各概念間の関係について整理し、またこれらの用語法とその使い分けのあり方についても整理・検討する⁵。

本稿の検討によって、資本・持分・純資産を巡る会計問題における議論の出発点を整備しようと考えている。用語を整理することは、簿記や会計の円滑な学習・教育にもつながるであろう。

2 資本の語を巡る混乱 ―様々な資本―

本節では、簿記・会計の文献（学術文献および教科書）でみられる資本の語が、様々な意味で用いられている現状を明らかにする⁶。

(1) 財産という意味での資本

個人商店の簿記では、店主による資本の元入の取引により、資本金が増加する。「資本金」は貸方項目であり、これは商店側からみれば、店主から提供さ

れた「元手」である。同時に、ここでの「資本」は店主の財産を指しており、店主の財産は店主からみれば資産である。

また、増改築などの、有形固定資産の価値や耐用年数を高める支出のことは「資本的支出」と呼ばれている。ここでの「資本的支出」とは、有形固定資産の資産価値や耐用年数を増大させる支出のことであり、したがってここでの「資本」とは、会計上の資産のことを指している。

会計学の学術文献に目を向けてみると、国庫補助金資本剰余金（資本取引）説の中でも、「資本」の語が登場する。そこでは、国庫補助金は、「企業の立場からは、維持すべき資本の醸出がなされたものとみて、これを資本剰余金の一つである贈与剰余金に計上することが適当であると考え」（丹波 [1957] 203 頁）としている。ここで「維持すべき資本」というのは、企業から見れば、借方項目たる財産を指している。受け入れた財産を流出させることなく維持すべきであるというのは、借方項目である固定資産等と、貸方項目である企業資本を結び付けた、複会計制度を前提とした考え方である（山下 [1963] 180 頁）。ここでは、国庫補助金を「維持すべき資本の醸出」（丹波 [1957] 203 頁）であると捉えているが、そこでの「資本」は財産、すなわち借方項目としての資産を指している（池田 [2016] 124 頁）。こうした国庫補助金や工事負担金、あるいは債務免除益などを資本剰余金とする学説は、現在の会計学の教科書でも取り上げられている（秋葉 [2020] 318-319 頁）が、現在この学説は、制度上は採用されていない。

このように、資本の語が、財産という意味で用いられているケースが、簿記・会計の文献で散見される。財産は、会計上は資産であり、借方項目である。しかし資本の語は、貸方項目としても登場する。そこで次に、貸方項目としての資本についても見ていこう。

(2) 貸方項目としての資本

簿記の教科書では、資産から負債を控除した残余を、資本と呼ぶことがある。

そこでの資本は貸方項目であり、これは会社側から資本を捉えている。しかし、貸方項目として資本を捉えた場合でも、様々な意味がある。

①残余としての資本

資本を単なる残余とみる考え方がある。高校の検定済簿記教科書の中には、資産から負債を控除した残余を純資産と呼ぶが、純資産は資本と同義であるとするものがある（安藤他 [2020] 16 頁；大塚・川村他 [2020] 15 頁）⁷。日本の会計制度上、純資産は単なる差額である（それ以上の説明はみられない）から、それが資本と同義であるとするれば、資本も単なる差額であるということになる。

②株主の請求権（権益）としての資本

しかし、単なる差額では意味がないとして、資本を差額としながらも、株主の請求権（権益）などの意味があるとする考え方もある。企業会計基準委員会（ASBJ）が規定する株主資本は、純資産（資産から負債を引いた残余）のうち株主のものに帰属する部分を指している（ASBJ [2006] 第3章、第7項）。つまり純資産に対する株主の請求権が株主資本である。ASBJ の株主資本は英語では owners' equity である（池田 [2007] 109 頁、注 12）から、「資本」を equity と英訳していることになる。こうした請求権といった資本の定義は、会計主体として資本主説に依拠した場合にもみられる。国際財務報告基準（IFRS）の翻訳書では、後述の equity を「資本」と訳しているが、そこでの equity は「負債を控除した後の資産に対する残余権益（residual interest）」（IASB [2018] par.4.62）であるから、資本の語を残余請求権（権益）の意味で用いている。

③元手としての資本

資本が、出資者等が提供（拠出）した「元手（元本）」を指す場合もある。

簿記教科書の中には、資産から負債を引いた資本を、「自分が自由に使える元手」（桑原 [2020] 6 頁）であると定義するものもある。

資本・利益の区分では、「元手（元本）」たる資本と「果実」たる利益とを区分する必要性が強調され（飯野 [1993] 第 2 章、21 頁）、その結果として、企業会計原則一般原則三にあるように、資本取引と損益取引の区分が主張されるとともに、資本取引から生じた資本剰余金と、損益取引から生じた利益剰余金を区別することが主張される。あるいは株主等から払い込まれた「払込資本（拠出資本ともいう）」と、企業が稼得した利益の留保である「留保利益」の区分が必要とされる。前者は資本取引から生じ、後者は損益取引から生じる。

ここで資本取引は、「出資者との取引」とか「資本を増やす取引」などと定義される。そこでの「資本」は、出資者との取引によって流入した資金（換言すれば元手）のことを指している場合もあれば、「資本取引の結果」といったように循環的に定義される場合もある。前者の場合、資本は資金源泉を指している。

④資金流入源泉としての資本

資本が資金の流入源泉を表す場合もある。払込資本・受贈資本・評価替資本・稼得資本といった表現（新井 [1975] 131-133 頁）は、資金源泉を指す表現である。払込資本とは株主が払い込んだ資本という意味であり、受贈資本は贈与者が贈与した資本、評価替資本は評価替えによって発生した資本、稼得資本は会社が利益を稼得したことによって発生した資本という意味がある。これらの「資本」は、資金の流入源泉によって区別されている。

資本維持の議論の中でも資本の語が用いられる。そこでの資本は「維持すべき資本」であり、それは利益計算の基礎としての資本である。そこでの資本は自己資本を指す場合もあれば、総資本を指す場合もある⁸。自己資本は出資者が提供した資本という意味があり、総資本は会社が受け入れたすべての資本という意味である。

(3) 小括

資本の語は、借方項目としての「財産」の意味を持つこともあるし、貸方項目としての意味を持つこともある。

しかし、貸方項目としての「資本」には、様々な意味があり、様々な源泉によりもたらされた資金、つまり「元手」あるいは「資金源泉」を指す場合もあれば、純資産と同義であるとするケースや、中には次節でみる「持分」と同義と解されるケースもある。そこで次に、「持分」の語の意味について、みていこう。

3 持分とは何か ―諸文献における equity の意味、および interest との違い―

(1) equity の意味

持分は通常、equity の訳語として用いられるが、持分には様々な意味がある（池田 [2016] 184-185 頁参照）⁹。しかし多くの場合、持分は請求権（権益）であるとされている。

①単なる残余としての持分

持分を資産から負債を控除した残余とのみ定義し、持分にそれ以上の意味を与えないことが考えられる。この場合、持分は単なる残余であり、何の意味も持たない。FASB 概念書第 6 号では、資産から負債を引いた残余が持分（equity）または純資産（net assets）であると定義されており（FASB [1985] par.49）、かつ持分と純資産は互換性があるとしている（FASB [1985] par.50, n.26）。

②残余請求権としての持分

FASB 概念書第 6 号では、営利企業では持分は出資者の請求権（interest）で、純資産と同じであるとされている（FASB [1985] par.60）。また、Kerr

は持分を資産から負債を控除した残余としながら、それは出資者の残余請求権であるとしている（Kerr [1989] p.71）。これらの持分の定義は、資産から負債を引いた残余を、出資者の請求権であるとする点において共通している。

これに対し、現状では資産から負債を引いた差額と出資者の請求権とが一致しないとして、持分を計算上は資産から負債を引いた残余としつつ、それと整合的な説明として、持分を、「会社側で現在の資産引渡義務を負わない請求権」（池田 [2016] 219 頁）と説明することもある。

国際会計基準審議会（IASB）と FASB の共同プロジェクト「持分の性質を有する金融商品（Financial Instruments with Characteristics of Equity）」に関連して、最劣後の請求権者の請求権を持分とする考え方（FASB [2007] pars. 18-19）や、最終的な損失を負担する請求権者の請求権を持分とする考え方（PAAinE [2008] pars.4.20-4.21, par.7.6）が提示された。いずれも請求権を持分とする点で、他の多くの文献と共通しているが、上記の共同プロジェクトでは、いずれの考え方も支持されなかった。結局 IASB 概念フレームワークでは、持分の定義は「すべての負債を控除した後の、エンティティの資産に対する残余権益（residual interest）」（IASB [2018] par.4.63）となっており、持分請求権（equity claims）はその「残余権益に対する請求権」であるとしている（IASB [2018] par.4.64）。

③資金提供者全体の請求権としての持分

貸借対照表の貸方全体を請求権として、持分とする考え方もある。Paton は株主の請求権（株主持分）と債権者の請求権（債権者持分）をまとめて「諸持分（equities）」（Paton [1922] p.77）と呼んでいる¹⁰。請求権を持つ者という点では株主も債権者も共通しているので、両者の請求権を同じものとして捉えようとする考え方は、現在でも、「請求権アプローチ（claims approach）」（IASB [2014a] par.10 (c)）として提案されることがある¹¹。このように、貸借対照表の貸方全体を持分とする考え方は、株式と借入金を同列に捉えようと

する。しかし制度上、普通株式から生じる配当は出資の払戻として処理し、借入金の利息は費用として処理することからもわかるように、普通株式の会計処理と借入金の会計処理は制度上、全く異なっている。したがって、貸借対照表の貸方全体を持分と捉える方法は、制度上は採用されていない。

④資産に対する拘束としての持分

Vatter は、持分を「資産に対する拘束」と定義する (Vatter [1947] p.21)。この定義によれば、借入金も発行済株式も、資産に対する拘束という点で共通している。したがって Vatter は、貸借対照表の貸方全体を持分とみている。

⑤小括

このように、「持分」には様々な意味があるものの、「請求権 (権益)」(とくに株主や出資者の請求権) の意味で用いられることが多い。しかし、その請求権の範囲については、様々な考え方がある。

(2) interest の意味

noncontrolling interest を「非支配株主持分」と訳すことからわかるように、interest も「持分」と訳すことが多い。interest には、「関心」「権利」「権益」「請求権」「利害関係」「利息」「持分」など、さまざまな意味がある。

しかし noncontrolling interest は、子会社の純資産に対する非支配株主の取り分であり、非支配株主にしてみれば、それは株主としての権利を表しているから、子会社の純資産に対する非支配株主の残余請求権である。したがって、interest を「持分」と訳しても差し支えはないかもしれないが、equity とは異なる語を用いていることから、訳し分けるとすれば「持分」以外の語を用いる必要がある。

そこで、interest は「請求権」または「権益」とするのが良いと思われる。結果として、noncontrolling interest は「非支配株主請求権」または「非支

配株主権益」と訳すことになる。claim も請求権という意味があるので、あえて訳し分けるとすれば、interest は権益で、claim は請求権となるであろう。こうした訳し分けが必要な文献に IASB 概念フレームワークがある。IASB 概念フレームワークでは、持分とは残余権益 (residual interest) で、残余権益に対する請求権 (claims on the residual interest) が持分請求権 (equity claims) であるとしており (IASB [2018] pars.4.63-4.64)、ここでは interest と claim の訳し分けが必要になる。このように、claim と interest の両者を訳し分けの方が厳密ではあるが、実態としては、claim と interest の両者は同じような意味で用いられている。しかし claim を「権益」と翻訳することは多くないと思われるので、claim は請求権、interest は権益または請求権とすればよいと考えられる¹²。

4 純資産の概念

資本や持分といった語に対して、純資産の語は、単なる残余といった意味しか持たないことが多い。たとえば、日本の概念フレームワークでは、純資産は資産から負債を引いた残余としか定義されておらず (企業会計基準委員会 [2006] 第3章、第6項)、それ以上の意味を持っていない。

他方、持分と純資産が同義とする文献もある。FASB 概念書第6号では、営利企業では持分は出資者の請求権で、純資産 (資産から負債を引いた差額) と同じであるとされている (FASB [1985] par.60)。非営利企業では純資産に対して請求権があるわけでは必ずしもないが、寄付者などが提供した資産の利用に一時的または永久的な拘束を課すこともある (FASB [1985] par.52) としている。

純資産は資本と同義であるとする文献もある。前述の通り、高校の簿記教科書の中には、純資産は資本と同じであると説明しているものもある (安藤他 [2020] 16 頁; 大塚・川村他 [2020] 15 頁)。しかしそこでのいう資本は、資産から負債を引いた差額であるとしているので、結果的に、純資産も、資産から

負債を引いた残余であるということになる。

このように、純資産は、それが持分や資本と同義か否かはともかくとして、資産から負債を引いた差額と説明されることが多い。

5 資本、持分および純資産の意味の違い

前節までの整理をまとめると、以下の通りとなる。

- ①資本の語は借方項目としての財産という意味で用いられることもあれば、貸方項目として用いられることもある。貸方項目として資本を定義した場合には、資産から負債を引いた単なる差額という意味しかない（つまり純資産と同義と解される）場合もあれば、出資者の請求権といったように持分と同義と解されるものや、出資者等から提供（拠出）された「元手」とみるもの、流入した資金の源泉を示していると解されるものなど、様々なものがある。しかし、資本の語は、「元手」や「資金源泉」を示していることが多い。
- ②持分の語は、出資者の請求権などといった意味や、資金提供者全体（株主、債権者など）の請求権という意味で用いられることが多い。そこから派生して、資産から負債を引いた残余に対する出資者等の請求権と定義されることもある。しかし、単に資産から負債を引いた残余という意味で用いられることもある。
- ③純資産の語は資産から負債を引いた残余という意味で用いられることが多いが、資本や持分と同義とされることもあれば、資本や持分とは異なって単なる計算上の残余¹³と捉えられることもある。

これらのことより、資本・持分・純資産の語は、意味が統一されているとはいいがたい。資本・持分・純資産の語は、意味が混同して用いられており、同じ語が異なる意味に用いられる場合や、用語が異なるのに同義と解される場合があるなど、混乱をきたしているといわざるを得ない。

しかし、純資産はおおむね単なる差額として理解されている。持分には請求

権という意味を付すことが多い。資本には様々な意味があるが、多くの場合、資本とは、様々な源泉から流入した資金を指している。

では、これらの用語はどのように使い分ければよいであろうか。

6 「資本」「持分」「純資産」の用語の使い分けのあり方

資本は、「元手（元本）」とか「資金源泉」といったように、特に資金流入に着目したストック概念として定義されることが多く、それらを生じさせる原因となる取引（フロー）の方を重視している。こうした資本の増減をもたらす株主等との取引は「資本取引」と呼ばれているが、これは原因となる取引やフローを重視するものである¹⁴。

これに対して持分は「出資者等の請求権」などといったように、資金の流出（一時点での請求権）¹⁵を重視したストック概念である。

他方、純資産とは、計算の結果として算出される、資産から負債を引いた単なる差額と定義されることが多い。

したがって、取引時点では、資本取引によって「元手（元本）」たる資本が発生するが、決算時にはそれを出資者等の請求権として、持分として貸借対照表に計上する。ここでの請求権は、資産から負債を引いた計算上の残余としての純資産に対する請求権である。

このことから、持分は、その本質からは出資者等の請求権と定義されるが、その数値は資産から負債を引いた残余として算定されることがわかる。

他方、資本とは「元手（元本）」といったように、資金の流入に着目した概念であることを示した。したがって、資金流入時点では資本取引により「元手」たる資本がもたらされるが、決算において貸借対照表を作成する際には、資本取引によって生じた元手だけが出資者等に帰属するわけではないため、出資者等の請求権を意味する「持分」が計上される。

ここから、「資本」「持分」「純資産」は、次のように使い分ける必要がある。

①資本とは特に資金の流入に着目した概念であり、取引（フロー）を重視して

いる。したがって、「資本取引」といったような語に対して、「資本」の語を用いる。また、「資本」の語は、資金の流入の結果としての「払込資本（拠出資本）」といった語や、資本取引の結果としての「資本剰余金」といった用語においても用いられる。

②持分とは請求権を指すストック概念であるから、「持分」の語は貸借対照表において用いられる。

③純資産とは資産から負債を引いた単なる計算上の残余であるから、これに対する請求権が持分であり、純資産自体は計算上の残余として、持分の計算方法を説明したものといえることができる。

7 おわりに

簿記・会計上、「資本」の語は多様な意味で用いられてきたが、多くの場合は「元本（元手）」として用いられている。これに対し、持分は多くの場合、「請求権」という意味で用いられてきた（安藤 [1998] 10 頁）。

そう考えれば、簿記・会計上、「資本」の語は、取引（フロー）を表す「資本取引」とか、あるいは資金流入の結果としてのストック概念である「払込資本（拠出資本）」「資金剰余金」などといった表現の際に用いられることが妥当である。他方、「持分」の語は、一時点の請求権のストックを表すものとして、貸借対照表において用いられることが妥当である。

また、「純資産」は単なる計算上の「残余」であり、純資産に対する請求権である「持分」の計算方法を規定したものであるといえる。つまり、出資者等の請求権が持分であり、その計算方法が資産から負債を引いた残余であって、決して資産から負債を引いた単なる差額が持分であるわけではない¹⁵し、資本と純資産が同義であるわけでもない。

同じ用語が違う意味で用いられたり、逆に同じ意味なのに異なる用語が用いられたりすると、混乱が生じる。そこで、学問上も教育上も、同じ意味には同じ語を付し、異なる意味には異なる語を付さなければならない。これは用語の

使い分け方の基本であり、簿記・会計においても守られなければならない。

注

- 1 ここで「初学者向けの簿記講義」とは、高等学校・大学・専門学校等で初学者が初めて学習する簿記講義のことを指している。筆者は簿記を会計という行為を成り立たせるための技術と考えている（池田 [2014] 60 頁）ので、高校・大学・専門学校等で学習する簿記講義とは、現行の会計制度に即して記帳技術を習得するための講義であると捉えている。したがって初学者向けの簿記講義とは、初学者が初めて簿記を学習して現行の会計制度に即しながら基礎的な記帳技術をマスターするための講義を指すものと考えている。
- 2 学問上、意味が同じであるものに異なる語を当てるのは、混乱のもととなるだけである。もちろん、同じ語に複数の異なる意味を与えるのも、学問上、混乱のもととなる。
- 3 もちろん capital には「首都」などの意味もあるが、簿記・会計上は「資本」と訳す。
- 4 会計では、持分を equity の訳語として用いる場合もあるが、non-controlling interest を非支配株主持分と訳すように、interest の訳語として持分を用いる場合もある。equity と interest はどちらも請求権とか權益といった意味で用いられていると解されるが、この両者の違いについても、本稿で検討する。
- 5 ただし本稿では、簿記・会計の文献で用いられている資本・持分・純資産の概念とそれらの関係について、記述的に整理することを主な目的としており、「資本、持分、および純資産とは何であるべきか」といったような規範的な検討を行うことを目的としていない。
- 6 ただし、資本の意味については、これまで多くの文献で多種多様なものが提示されてきており、会計学文献においてこれまで提示されてきた資本の意味について、すべて提示することは物理的に難しい。そこで、ここでは、資本の意味が多義的に用いられていることを示すために、資本の意味として主だったものを提示するにとどめている。
- 7 ただし、すべての検定済の高校簿記教科書がこのようにしているわけではなく、資本の語を説明せずに、「企業の資産の総額から負債の総額を差し引いた額を純資産という」（醍醐他 [2020] 9 頁）とだけ記述した教科書もある。逆に、純資産の説明をせずに、資産と負債の差額を資本と呼び、資本を「自分が自由に使える元手」（桑原 [2020] 6 頁）とだけ記述した教科書もあり（桑原 [2020] 6 頁では、資本を純資産と呼ぶこともあるとの注釈があるが、資本は純資産と同義（あるいは互換可能）であるとは述べられていない）、純資産は貸借対照表に資本を表示するときに用いる用語と位置付けられている（桑原 [2020] 201 頁）。
- 8 維持すべき資本に自己資本を採る考え方を自己資本維持といい、維持すべき資本に総資本を採る考え方を総資本維持という。
- 9 その理由としては、持分の背後にある会計主体について、様々な考え方があることが関係している。会計主体に係る考え方の諸類型を整理したものとしては、新井 [1963] や大堺 [1988]などを参照。
- 10 ただし Paton は、債権者持分と株主持分をあわせて諸持分と呼んでおり、貸借対照表

の貸方を2つに区分してはならないと述べているわけではない。

- 11 これは、IASBが概念フレームワーク・プロジェクトにおける議論の過程で案の1つとして提案したものであって、制度上採用されているわけではない。そして、IASBでもこの考え方は採用されていない (IASB [2014b] p.7)。
- 12 同じ意味のものには同じ語を付すという、用語法の基本的な原則に照らせば、claim と interest が同じような意味であれば、claim と interest の両者に同じ訳語を付すのは差支えがないものと思われる。
- 13 純資産が「計算上の残余」であるという理解は、のれんを単なる残余と定義する考え方、すなわち「残余的暖簾観」(山内 [2010] 15 頁) に似ている。この考え方では、のれんを単なる残余と定義し、その残余の本質については十分な説明を試みていないが、これはのれんの計算方法を規定したものであると考えられる (山内 [2010] 94-99 頁)。これを純資産概念に引き寄せて考えると、純資産を残余と定義するの、「資産－負債＝純資産」という計算方法を述べたにすぎないのではないかと考えられる。
- 14 こうした取引は通常「資本取引」と呼ばれるが、「持分取引」とは呼ばれない。
- 15 請求権は請求する権利であるから、それを行使用すると会社から資金が流出する。ただし、この残余請求権は、会社からみれば請求に応じて支払う義務であるとはいえないから、通常は負債とは扱われない。当該請求権による資金の流出は、最終的には、会社清算の時に生じる。
- 16 このことは、日本の概念フレームワークを念頭に置いている。日本の概念フレームワークでは、株主資本の範囲と純資産の範囲が異なる (企業会計基準委員会 [2006] 第3章、第6-7項)。前述の通り、株主資本は owners' equity と英訳されるので、株主資本が株主の請求権としての持分であるということが出来る。当然株主資本は純資産と同義でもなければ、計算上株主資本と純資産がイコールというわけでもない。

参考文献

- 秋葉賢一 [2020] 「純資産」佐藤信彦・河崎照行・齋藤真哉・柴健次・高須教夫・松本敏史 編著『スタンダードテキスト財務会計論 I 基本論点編 (第13版)』中央経済社、309-343 頁。
- 新井清光 [1963] 「会計主体論争」飯野利夫・山榎忠恕編『会計学基礎講座1 企業会計原理』有斐閣、225-236 頁。
- 新井清光 [1975] 『財務会計論』中央経済社。
- 安藤英義 [1998] 「アメリカで揺らぐ資本概念 (資本と利益の区別)」『會計』第153巻第1号、1-13 頁。
- 安藤英義・佐々木敏博・粕谷和生・海住信行・吉川昌彦・鈴木友則・室井一夫 [2020] 『新簿記 (新訂版)』実教出版。
- 飯野利夫 [1993] 『財務会計論 (3訂版)』同文館。
- 池田幸典 [2007] 「ASBJ『純資産の部』の特徴」『高崎経済大学論集』第49巻第3・4合併

- 号、105-115 頁。
- 池田幸典 [2014] 「簿記・会計における取引概念の再検討」『日本簿記学会年報』第 29 号、57-64 頁。
- 池田幸典 [2016] 『持分の会計』中央経済社。
- 大堺利實 [1988] 『会計主体論』創成社。
- 大塚宗春・川村義則・粕谷和生・古野利勝・高橋司・山縣文嗣 [2020] 『高校簿記（新訂版）』実教出版。
- 大藪俊哉 [1978] 『簿記の計算と理論』税務研究会出版局。
- 企業会計基準委員会 [2006] 『討議資料 財務会計の概念フレームワーク』企業会計基準委員会。
- 桑原知之 [2020] 『はじめての簿記』ネットスクール。
- 醍醐聰・遠藤耕二・中島博己・荷田今佐夫・深田芳史・渡辺義之・浅野進・神谷和彦・島本克彦・原田巖・原田和明 [2020] 『簿記（新訂版）』東京法令出版。
- 丹波康太郎 [1957] 『資本会計』中央経済社。
- 山内暁 [2010] 『暖簾の会計』中央経済社。
- 山下勝治 [1963] 『会计学一般理論（新版）』千倉書房。
- 渡部裕亘・片山覚・北村敬子編著 [2020] 『検定簿記講義 3 級商業簿記（2020 年度版）』中央経済社。
- Financial Accounting Standards Board (FASB) [1985] Elements of Financial Statement, Statement of Financial Accounting Concepts No.6, FASB. (平松一夫・広瀬義州訳『FASB 財務会計の諸概念 [増補版]』中央経済社、2002 年)
- FASB [2007] Financial Instruments with Characteristics of Equity, Preliminary View, FASB.
- International Accounting Standards Board (IASB) [2014a] Conceptual Framework, Initial Strategy: Liabilities and Equity, Agenda Paper 10B, Staff Paper, April 2014, IASB.
- IASB [2014b] IASB Update, April 2014, IASB.
- IASB [2018] Conceptual Framework for Financial Reporting, IASB. (IFRS 財団編、企業会計基準委員会・公益財団法人財務会計基準機構監訳『IFRS 基準<注釈付き>2020』中央経済社、2020 年)
- Kerr, J.St.G. [1989] The Concept of Equity in Financial Accounting, Accounting Theory Monograph No.9, Australian Accounting Research Foundation.
- Paton, W.A. [1922] Accounting Theory : with Special Reference to the Corporate Enterprise, The Ronald Press Company.
- Pro-active Accounting Activities in Europe (PAAinE) [2008] Distinguishing between Liabilities and Equity, Discussion Paper, PAAinE.
- Vatter, W. [1947] The Fund Theory of Accounting and Its Implications for Financial Reports, University of Chicago Press. (飯岡透・中原章吉訳『バッター資金会計論』同文館、1971 年)

[論 説]

B-N（ベーシック-ノンベーシック） 分析にもとづく駅の特徴 — 名古屋都市圏都市部を対象にして —

神 頭 広 好

I はじめに

集積の経済に関する研究は、都市経済学の分野で生産関数または費用関数を用いてモデル構築がなされている¹。この集積の経済および鉄道駅周辺の機能に照準をあてた鉄道の特性分析²において、定期、非定期のデータから特徴を見ることが可能であるが、一方向的になることを避けて、ここでは地域経済学および経済地理学で説明されている経済基盤モデル³の考え方を大都市圏中心都市における鉄道駅の乗降客数に応用する。他にもこのモデルを高速道路へ応用したものに神頭（2000）がある。

まず、ここでは交通年報に掲載されているデータ⁴にもとづいて都市部の平均乗降者数をベースとした基盤乗降者数⁵および非基盤乗降者数⁶を導く。ついで、全駅利用者のうちで最小の駅利用者がその駅周辺を支えているものとして非基盤乗降者を導く。さらに、そこでは非基盤/基盤の比から駅勢圏の空間的大きさを比較する。最後に集積の大きな駅を基準にした場合の路線別駅の都心ターミナルにおける集積の寄与度の大きさについて分析する。

なお、ここでの名古屋都市圏は、名古屋駅を中心に 50 km 圏としているが、

路線別の分析が含まれるために乗降客数が多い駅の数が少ない三重県の鉄道については省略されている。

II B-N (ベーシック-ノンベーシック) 分析とその応用

1 都市部の平均乗降者数をベースとした基盤乗降者数

基盤乗降者数は、全駅における駅当たりの乗降者数（平均値）とすると、

$$B_u = \frac{N_r}{N_n} \quad (1)$$

で表される。ただし、 B_u は基盤乗降者数、 N_r は大都市圏都市部の全鉄道の駅乗降者数、 N_n は大都市圏都市部の駅数をそれぞれ示す。

一方、非基盤乗降者数は、

$$B_n = U_r - B_u = U_r - \frac{N_r}{N_n} \quad (2)$$

で表される。ただし、 B_n は当該鉄道の非基盤乗降者数、 U_r は当該鉄道の駅乗降者数を示す。

表 1、表 2 および表 3 から、

非平均基盤（平均を用いた非経済基盤乗降者）において、プラスである駅は、

- (1) JR 東海のケース：名古屋駅、金山駅
- (2) 市営地下鉄のケース：名古屋駅、栄駅、金山駅
- (3) 名鉄のケース：名古屋駅、金山駅

ただし、 $\frac{N_r}{N_n} = 47810$ 人で計算されている。

上記の 3 つのケースにおける駅周辺では、多種多様な産業に属する多くの企業が集中しており、経済主体の移動がかなり高いことから、そこでは集積の経済がもたらされているように見える。

ところで、(2) 式を用いて交差駅に関する各鉄道別のデータがあれば、それ

ぞれの基盤乗降者数と非基盤乗降者数が導かれる。

2 大都市圏都心部の最小乗降者比にもとづく基盤・非基盤乗降者の導出

ここでは、駅および駅周辺機能を支えるのに必要な乗降者を最小鉄道利用者として基盤乗降者数と非基盤乗降者数を推計する。

非基盤乗降者数の導出する際、全体の最小乗降者数を最小必要数として、基盤乗降者数は以下の式を応用することができる。

$$B_u = U \cdot \frac{N_{\min}}{N} \quad (3)$$

ただし、 U は当該鉄道の全駅乗降者数を、 $N_{\min}$ は大都市圏都心部における鉄道駅の最小乗降者数をそれぞれ示す。

それゆえ、非基盤乗降者数は、

$$B_n = U_r - B_u = U_r - U \cdot \frac{N_{\min}}{N} \quad (4)$$

で表される。

表1、表2および表3から、非基盤乗降者数（表中では「非最小基盤」）は、各路線すべての駅についてはプラスであり、これがかなり高い駅は名古屋駅、ついで栄駅である。

ただし、ここでの $N_{\min}$ は神領駅の乗降者数である。

さらに、上記の基盤乗降者が非基盤乗降者をどの位支えているという意味において、その比は、

$$F = \frac{B_n}{B_u} \quad (5)$$

で表される。

まず、図1および表4から都心部およびその周辺において F 値は名古屋駅、金山駅、ついで栄駅の順に高い。なお、表中において F 値は N/B において示されている。

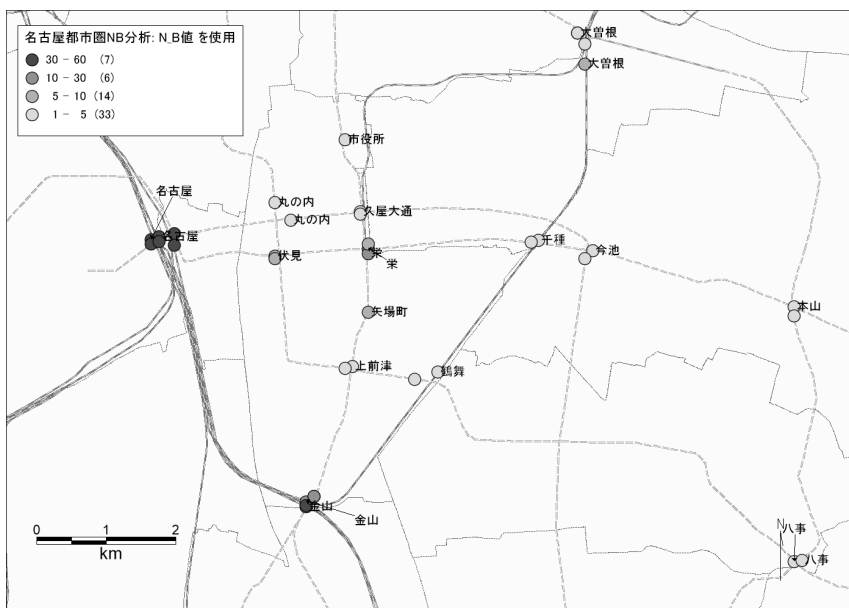


図1 名古屋都心部および周辺の N/B 分析

注) 図中の分類は、特徴に差をつけるために、筆者が設定したカスタム不等式にもとづいている。(図2同様)

この指標については、非基盤乗降者は時間に常時縛られない人であり、基盤乗降者は時間に常時縛られている人とする、時間と空間は比例するため F 値が高いと空間としての駅勢圏も相対的に大きいことが考察される。一方非基盤乗降者数が多く見られる駅は、比較的遠方からの乗降者が多いことが考えられる。

(5) 式を用いて、定期および非定期乗降者別に分析することによって、常時利用している人たちの駅勢圏を導くことができる。

ついで、図2および表4から、F値であるN/Bは都市部都心において名古屋駅は最も高いが、この圏内においての郊外ターミナルとなる豊田駅、岡崎駅、藤が丘駅などは郊外にしては比較的高い。これについては50km圏という空間が通勤の大きさの限界を示しているように見える。

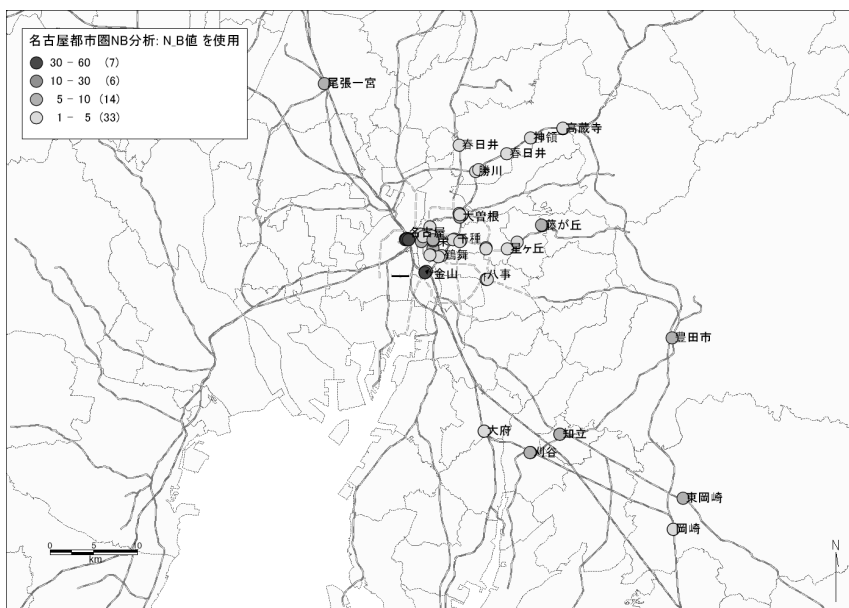


図2 名古屋都市圏都市部のN/B分析

注) 図中において、縮尺の観点から、名古屋都市圏に含まれる岐阜県および三重県のいくつかの鉄道駅については省略されている。

3 最大の乗降者比にもとづく路線別駅の集積水準

ここでは、全体のターミナル駅の乗降客数を最大数として、その比を用いた路線別の駅の集積水準の相対的大きさ（集積寄与度）は、

$$B = U_r - U \frac{N_{\max}}{N} \quad (6)$$

で表される。ただし、 B は路線別集積寄与度、 $N_{\max}$ は大都市圏都市部における鉄道駅の最大乗降者数を示す。

(6) 式から、 $\frac{N_{\max}}{N} = 0.144$ で計算された。その結果、以下の2ケースに分けられる。

(1) $0 < B$ ならば、当該路線の集積寄与度が大

JR 東海では名古屋駅のみ、市営地下鉄では名古屋駅および栄駅、名鉄は全ての駅

(2) $B \leq 0$ ならば、当該路線の集積寄与度なし

(1) における駅を除く全ての駅

上記について見ると、各路線の都心ターミナルである名古屋駅での集積寄与度は高いが、名鉄駅の全てにおいて集積寄与度がプラスであることは意外であった。ただし、JR と名鉄の駅が近いところでは名鉄駅周辺の方が開かれているという話は聞く。例えば、図 2 から F 値は JR 岡崎駅よりも名鉄岡崎駅の方が高いことから、基盤よりも非基盤が相対的に大きいことから利用者空間が大

表 1 JR 東海の B-N 分析

JR 東海	駅乗降 者数	駅対 全駅	最小駅 対全駅	最大駅 対全駅	平均 基盤	最小 基盤	集積 基盤	非平均 基盤	非最小 基盤	非集積 基盤
金山	68057	0.034	0.007	0.144	47810	4048	83276	20247	64009	-15219
神領	13313	0.007	0.007	0.144	47810	4048	83276	-34497	9265	-69963
刈谷	33916	0.017	0.007	0.144	47810	4048	83276	-13894	29868	-49360
大曽根	30686	0.015	0.007	0.144	47810	4048	83276	-17124	26638	-52590
勝川	17330	0.009	0.007	0.144	47810	4048	83276	-30480	13282	-65946
名古屋	208911	0.104	0.007	0.144	47810	4048	83276	161101	204863	125635
大府	14129	0.007	0.007	0.144	47810	4048	83276	-33681	10081	-69147
岡崎	17901	0.009	0.007	0.144	47810	4048	83276	-29909	13853	-65375
岐阜	31868	0.016	0.007	0.144	47810	4048	83276	-15942	27820	-51408
千種	28701	0.014	0.007	0.144	47810	4048	83276	-19109	24653	-54575
大垣	17079	0.009	0.007	0.144	47810	4048	83276	-30731	13031	-66197
尾張一宮	26809	0.013	0.007	0.144	47810	4048	83276	-21001	22761	-56467
春日井	15713	0.008	0.007	0.144	47810	4048	83276	-32097	11665	-67563
多治見	13834	0.007	0.007	0.144	47810	4048	83276	-33976	9786	-69442
高蔵寺	20072	0.01	0.007	0.144	47810	4048	83276	-27738	16024	-63204
鶴舞	19989	0.01	0.007	0.144	47810	4048	83276	-27821	15941	-63287

注) 表中の単位は人である。(以下の表同様)

B-N（ベーシック-ノンベーシック）分析にもとづく駅の特徴

表 2 名古屋市営地下鉄の B-N 分析

市営 地下鉄	駅乗降 者数	駅対 全駅	最小駅 対全駅	最大駅 対全駅	平均 基盤	最小 基盤	集積 基盤	非平均 基盤	非最小 基盤	非集積 基盤
丸の内	18145	0.009	0.007	0.144	47810	5049	103863	-29665	13096	-85718
八事	18132	0.009	0.007	0.144	47810	5049	103863	-29678	13083	-85731
上前津	23079	0.011	0.007	0.144	47810	5049	103863	-24731	18030	-80784
久屋大通	24210	0.012	0.007	0.144	47810	5049	103863	-23600	19161	-79653
今池	22436	0.011	0.007	0.144	47810	5049	103863	-25374	17387	-81427
伏見	45700	0.023	0.007	0.144	47810	5049	103863	-2110	40651	-58163
矢場町	30722	0.015	0.007	0.144	47810	5049	103863	-17088	25673	-73141
地下鉄名古屋	189606	0.094	0.007	0.144	47810	5049	103863	141796	184557	85743
藤が丘	30678	0.015	0.007	0.144	47810	5049	103863	-17132	25629	-73185
大曽根	19533	0.01	0.007	0.144	47810	5049	103863	-28277	14484	-84330
金山	80769	0.04	0.007	0.144	47810	5049	103863	32959	75720	-23094
本山	15279	0.008	0.007	0.144	47810	5049	103863	-32531	10230	-88584
市役所	20918	0.01	0.007	0.144	47810	5049	103863	-26892	15869	-82945
星ヶ丘	26548	0.013	0.007	0.144	47810	5049	103863	-21262	21499	-77315
栄	114734	0.057	0.007	0.144	47810	5049	103863	66924	109685	10871
一社	14644	0.007	0.007	0.144	47810	5049	103863	-33166	9595	-89219
千種	26140	0.013	0.007	0.144	47810	5049	103863	-21670	21091	-77723

表 3 名鉄の B-N 分析

名鉄	駅乗降 者数	駅対 全駅	最小駅 対全駅	最大駅 対全駅	平均 基盤	最小 基盤	集積 基盤	非平均 基盤	非最小 基盤	非集積 基盤
豊田市	34055	0.017	0.007	0.144	47810	4959	14690	-13755	29096	19365
金山	167404	0.083	0.007	0.144	47810	4959	14690	119594	162445	152714
名鉄一ノ宮	35773	0.018	0.007	0.144	47810	4959	14690	-12037	30814	21083
名鉄名古屋	289203	0.144	0.007	0.144	47810	4959	14690	241393	284244	274513
知立	32649	0.016	0.007	0.144	47810	4959	14690	-15161	27690	17959
東岡崎	39068	0.019	0.007	0.144	47810	4959	14690	-8742	34109	24378
栄町	40913	0.02	0.007	0.144	47810	4959	14690	-6897	35954	26223
大曽根	34148	0.017	0.007	0.144	47810	4959	14690	-13662	29189	19458
名鉄岐阜	35232	0.018	0.007	0.144	47810	4959	14690	-12578	30273	20542

表 4 総合的 B-N 分析

名古屋都市圏駅	駅乗降者数	駅対全駅	非平均基盤	非最小基盤	非集積基盤	N/B
金山	68057	0.034	20247	64009	-15219	15.8
神領	13313	0.007	-34497	9265	-69963	2.3
刈谷	33916	0.017	-13894	29868	-49360	7.4
大曽根	30686	0.015	-17124	26638	-52590	6.6
勝川	17330	0.009	-30480	13282	-65946	3.3
名古屋	208911	0.104	161101	204863	125635	50.6
大府	14129	0.007	-33681	10081	-69147	2.5
岡崎	17901	0.009	-29909	13853	-65375	3.4
岐阜	31868	0.016	-15942	27820	-51408	6.9
千種	28701	0.014	-19109	24653	-54575	6.1
大垣	17079	0.009	-30731	13031	-66197	3.2
尾張一宮	26809	0.013	-21001	22761	-56467	5.6
春日井	15713	0.008	-32097	11665	-67563	2.9
多治見	13834	0.007	-33976	9786	-69442	2.4
高蔵寺	20072	0.01	-27738	16024	-63204	4
鶴舞	19989	0.01	-27821	15941	-63287	3.9
丸の内	18145	0.009	-29665	13096	-85718	2.6
八事	18132	0.009	-29678	13083	-85731	2.6
上前津	23079	0.011	-24731	18030	-80784	3.6
久屋大通	24210	0.012	-23600	19161	-79653	3.8
今池	22436	0.011	-25374	17387	-81427	3.4
伏見	45700	0.023	-2110	40651	-58163	8.1
矢場町	30722	0.015	-17088	25673	-73141	5.1
地下鉄名古屋	189606	0.094	141796	184557	85743	36.6
藤が丘	30678	0.015	-17132	25629	-73185	5.1
大曽根	19533	0.01	-28277	14484	-84330	2.9
金山	80769	0.04	32959	75720	-23094	15
本山	15279	0.008	-32531	10230	-88584	2
市役所	20918	0.01	-26892	15869	-82945	3.1
星ヶ丘	26548	0.013	-21262	21499	-77315	4.3
栄	114734	0.057	66924	109685	10871	21.7
一社	14644	0.007	-33166	9595	-89219	1.9
千種	26140	0.013	-21670	21091	-77723	4.2
豊田市	34055	0.017	-13755	29096	19365	5.9
金山	167404	0.083	119594	162445	152714	32.8
名鉄一ノ宮	35773	0.018	-12037	30814	21083	6.2
名鉄名古屋	289203	0.144	241393	284244	274513	57.3
知立	32649	0.016	-15161	27690	17959	5.6
東岡崎	39068	0.019	-8742	34109	24378	6.9
栄町	40913	0.02	-6897	35954	26223	7.3
大曽根	34148	0.017	-13662	29189	19458	5.9
名鉄岐阜	35232	0.018	-12578	30273	20542	6.1

きいと考えられる。

4 大都市圏都心部の交差する駅の集積寄与度に関する分析

ここでは、地域経済学で用いられている特化係数の考え方を応用する。

まず都心ターミナル集積特化係数は、

$$S_{cr} = \frac{\frac{U_{cr}}{U}}{\frac{N_c}{N}} \quad (7)$$

で表される。ただし、 S_{cr} は都心ターミナル集積特化係数、 U_{cr} は当該鉄道の都心ターミナル駅（または乗り換え駅）乗降者数、 U は当該鉄道の全駅乗降者数、 N_c は都心部におけるターミナル駅の全鉄道の駅乗降者数、 N は大都市圏（都市部）の全駅乗降者数を示す。

言い換えれば、(7) 式は全鉄道からみる当該駅の乗降者数と当該鉄道から見る当該駅の乗降者数の違いから当該駅利用の来訪者を推計する方法である。

(7) 式を用いた分析結果（表 5）から、名古屋駅において集積特化係数としての集積寄与度が高い路線は、名鉄、JR、地下鉄の順である。

これについては、名古屋都市圏では住宅の開発やレジャー施設など多く請け負っている企業、いわゆる範囲の経済を享受している名鉄の利用者が多いことが伺える。

表 5 路線別名古屋駅の集積寄与度

路線	名古屋駅乗降者	路線別乗降者	乗降者比	集積寄与度
JR	208911	578308	0.361	1.06
地下鉄	189606	721273	0.263	0.77
名鉄	289203	708445	0.408	1.19
計	687720	2008026	0.342	1

注) 単位は人を示す。

III おわりに

本研究では、回数券、マナカなどのカード利用が増えていることもあり、通常の鉄道分析で利用される定期・非定期利用者データではなく、経済基盤モデルの考え方にもとづいて駅および駅周辺における機能に対して常時支えている利用者（基盤乗降者）と非常時または時間制約にとらわれない利用者（非基盤乗降者）という分け方で、平均基盤乗降者比、最小基盤乗降者比、さらにそこから導かれる F 値（非最小基盤乗降者/最小基盤乗降者）を名古屋都市圏の鉄道データに応用した。最後に立地の特化係数を各路線の都心ターミナルとしての名古屋駅に応用した。

これらの分析結果から、

(1) 多種多様な経済主体の移動がかなり高いことから、名古屋駅、金山駅において集積の経済がもたらされているように見えること、(2) 非基盤乗降者数は、各路線すべての駅についてはプラスであり、これがかなり高い駅は、名古屋駅、ついで栄駅であること、(3) 都心部および都市部において名古屋駅は最も高いが、この圏内においての郊外ターミナルとなる豊田駅、岡崎駅、藤が丘駅などは比較的高いこと、などを通じて、ここで設定された都市圏、50 km 圏という空間が通勤の大きさの限界を示しているように見える。また、名古屋駅において集積寄与度が高い路線は、名鉄、JR、地下鉄の順であることから、名古屋都市圏では住宅の開発やレジャー施設など多く請け負っている範囲の経済を享受している企業としての名鉄の利用者が多いことが考えられる。

今後は、本モデルを他の都市圏に応用することと同時に、本分析結果と定期・非定期乗降者との整合性について分析することが課題として残される。

注

- 1 例えば、McDonald, J. F. (1991) および Fujita, M. and J. F. Thisse (2002) などがある。
- 2 例えば、加藤・蔣・竹内・神頭・猿爪 (2020、第2章、第3章) を参照せよ。
- 3 これについては、大友 (1997)、McCann, P. (2001)、神頭 (2009) を参照せよ。
- 4 ここでは、『平成 27 年版 都市交通年報』にもとづき名古屋都市圏都市部にある駅で、乗降者数が 1 日当たり 13000 人以上の 42 駅を対象にしている。
- 5 これは、駅およびその周辺における機能が基盤となり、それを目的として利用する乗降者を意味する。ただし、この目的には義務も含まれる。
- 6 これは、駅の周辺およびそこから比較的遠隔の施設を目的としてそれらを利用する乗降者を意味する。ただし、この目的には義務も含まれる。

参考文献

- Fujita, M. and J. F. Thisse, (2002) *Economics of Agglomeration*, Cambridge University Press.
- McDonald, J. F. (1991) *Fundamentals of Urban Economics*, Prentice-Hall, Inc.
- McCann, P. (2001) *Urban and Regional Economics*, Oxford University Press. (黒田達朗・徳永澄憲・中村良平共訳『都市・地域の経済学』日本評論社、2008 年)
- 大友篤 (1997)『地域分析入門 (改訂版)』東洋経済新報社
- 加藤好雄・蔣湧・竹内啓仁・神頭広好・猿爪雅治 (2020)『中京大都市圏における空間構造分析』愛知大学総合科学研究所叢書 53、愛知大学経営総合科学研究所
- 神頭広好 (2000)「高速道路 IC 利用の県外観光旅行者に関する産業連関分析モデル—長野県冬季オリンピック前後の経済誘発効果—」『愛知経営論集』第 142 号、pp. 31-47
- 神頭広好 (2009)『都市の空間経済立地論』古今書院
- 半澤誠司・武者忠彦・近藤章夫・濱田博之編 (2018)『地域分析ハンドブック』ナカニシヤ出版

資料

『平成 27 年版 都市交通年報』一般財団法人 運輸総合研究所、2019 年、3 月

[論 説]

「資本主義の精神」と企業 — 専門化と競争力 —

野 末 英 俊

- I. はじめに
- II. 「資本主義の精神」について
- III. 国・地域・産業クラスターの影響
- IV. 専門化と競争力
- V. むすび

I. はじめに

企業にとって、存続するために利潤（貨幣）が不可欠⁽¹⁾である。利潤は、市場における商品と貨幣との交換によって実現する。資本主義における経済の軸は、市場における個々の交換である。経済においては、交換が分業に先行する。交換によって、人の欲求は充足し、市場における均衡が形成され、分業化された経済は、一体化する。市場において均衡状態が形成された時、効用は極大化する。ここで、交易港などの商業中心都市が経済の結節点として位置することが多い。戦後の日本で大きな影響力をもったマルクス経済学においては、企業の最大の目的は、利潤の極大化⁽²⁾であり、多国籍企業においても同様であった⁽³⁾。しかし、歴史を予言することは困難である。戦後の二大体制（資本主義

と社会主義)の競争において、資本主義が生き残った背景には、資本主義が、多くの矛盾を抱えながらも、高い効率性が内在していたことが原因と考えられる。

マックス・ウェーバーは、『プロテスタンティズムの倫理と資本主義の精神』(1905)において、単なる営利精神とは異なる「近代資本主義の精神」という言葉を用いた。「…その場合、資本主義が近代資本主義であることは言うまでもない。なぜなら、本書で論じようとしているものがもっぱらこの西ヨーロッパおよびアメリカの資本主義だということは、問題の立て方に照らしても自明なことだからだ。『資本主義』は、中国にも、インドにも、バビロンにも、また古代にも中世にも存在した。しかし、そうした『資本主義』にはいま述べたような独自のエートスが欠けていたのだ」⁽⁴⁾「経済生活における新しい精神の貫徹…経済史上どの時代にもみられる命知らずの厚顔な投機屋や冒険家たち、あるいは端的に『大富豪』などではなくて、むしろ厳格な生活のしつけのもとで成長し、厳密に市民的な物の見方と『原則』を身につけて熟慮と断行を兼ねそなえ、とりわけ醒めた目でまたたゆみなく綿密に、また徹底的に物事に打ち込んでいくような人々だったのだ」⁽⁵⁾「貨幣の獲得を人間に義務づけられた自己目的、すなわち Beruf (天職)とみるような見解が、他のどの時代の道德感覚にも相反するものだということは、ほとんど証明を要しないからだ」⁽⁶⁾と述べている。このような倫理面を内包した近代資本主義精神を有した代表国家がアメリカであり、その発展構造は、数量的発展に加えて、それを支えた社会、経済、政治の仕組み、民衆の生活様式(文化)が重要であった⁽⁷⁾。

近代資本主義の精神は、欧米のプロテスタント(とりわけイギリスとアメリカ)において、特に強くみられた。17世紀以後、資本主義を先導してきたのは、プロテスタントの国家であり、最初に市民革命を達成したイギリスと、19世紀末以降に、世界経済の中で台頭したアメリカであった。プロテスタント(カルヴァン派)は、神の栄光を示すために、禁欲的に労働し、蓄財する。労働者は、貨幣を目的としながらも、同時に、天職意識を強くもって禁欲的に労

働を行った。貨幣は、このような禁欲的な労働の対価であって、神によって許容されるものであった。このように、近代資本主義の精神は、市場における交換⁽⁸⁾による貨幣獲得を目的としながらも、社会貢献の性格を強く有する。

通常、企業は、存続するために、利潤（貨幣）を必要とするが、資本の自己増殖以上の「何か」の目的をもつ必要がある。ここで、近代資本主義においては、企業が、社会貢献の意識をもち、顧客ニーズの充足に成功した場合、市場において、支持される。企業の存続にとって、市場における顧客による支持が不可欠である。

原始時代の自給自足経済から、現代のような経済社会に移行する契機となったのは、分業の結果であったが、分業は、人間の本性のなかにある交換性向から引き起こされたものである。アダム・スミスは、「いったん分業が徹底して確立されると、人間が自分自身の労働の生産物によって充足しうところは、そのもろもろの欲望のなかのごく小さい一部分にすぎないものになる。かれは、自分自身の労働の余剰部分のなかで、自分自身の消費をこえてありあまるものを、他の人々の労働の生産物のなかで、自分が必要とするような部分と交換することによって、そのもろもろの欲望のはるか大部分を充足する。こうして、あらゆる人は、交換することによって生活し、つまりある程度商人になり、また社会そのものも、適切に言えば一つの商業社会に成長するのである」⁽⁹⁾ スミスによれば、人のもつ交換性向が分業を促進するが、分業は生産性の向上を実現する手段であり、分業によって、労働者の技能が高まり、生産物の余剰が増大し、この余剰生産物の市場における交換によって、豊かな社会が実現する。

このような分業社会を可能にしたのは、市場における交換の活発化とその結果としての貨幣の出現であった。貨幣の歴史は古く、商品経済は、古代においてもみられた。ここでは、商人の活動によって、一部の地域において経済活動が円滑化した。商人は、沿岸都市など、交通の要衝に在住して、活動を行った⁽¹⁰⁾。

他方、自然的条件（天然資源、気候、立地等）など、国に恵まれた条件があ

ることは、商業を発展させ、商人が営利精神を広め、その後の企業の発展に大きな影響を及ぼした。アメリカにおいても、ビジネスの起源の一つを、ジェネラル・マーチャントに求めることができる⁽¹¹⁾。しかし、国の自然的条件以上に、資本主義発展に大きな影響を及ぼしたのは、その国の社会構造など非可視的条件であった。とりわけ、その国に内在する近代資本主義精神は、国の経済発展に大きな影響を及ぼしている。

資本主義における企業は、市場における交換を通じての利潤（貨幣）獲得を目的として事業活動を行うが、他方において、商品・サービスを通じて、社会貢献を行っている。企業による社会的責任の遂行は、競争力と直結する。一部の悪徳商人を除けば、企業の顧客・社会への貢献が、企業発展の大きな原動力となったと考えられる。

地域や国内で成功した企業は、市場の成熟化とともに、リスクを承知した上で、より大きな利潤を求めて海外市場へと事業を拡大するが、グローバルに競争力をもつ企業の本拠地は、少数の国に集中して立地している。特定の国に本拠地をおく企業の競争力を自然的条件だけで説明することはできない。われわれは、天然資源に恵まれない小国に本拠地をおく企業が、グローバル企業として活動している事例を多く観察することができる。19世紀に、R.リカードは、スミスの分業論を国際貿易にまで拡大し、比較優位説を展開した。「われわれは商品を製造し、その商品で海外の財貨を購入している。なぜなら、そのほうが、国内で生産できるよりも多量の財貨を取得できるからである。われわれからこの貿易を奪えば、われわれは再び直ちに自分自身で製造することになる⁽¹²⁾。しかし、M.E.ポーターは、リカードの比較優位説に対して、新しいパラダイムは、比較優位ではなく、競争による逆境がイノベーションを生み出すとした。ポーターは、ある国において、困難な状況が、これを乗り越えるためのイノベーションを推進するようになると指摘した。

企業の活発なイノベーションの根底には、優れた企業文化が存在する。企業が競争力をもつためには、企業文化の根底に近代資本主義の精神が存在するこ

とが大きな意味をもつ。今日では、企業の維持存続が最も重要な課題となっている⁽¹³⁾。企業は、存続するために、市場において、競争力をもつ必要があり、企業の競争力は、企業のもつ資本主義の精神と深い関わりがある。顧客は、購買する商品・サービスを選択する際に、企業のイメージや企業文化を念頭において、これを決定する。J.A.シュンペーターは、『資本主義発展の理論』において、新結合（イノベーション）について論じた⁽¹⁴⁾。企業は、新たな均衡を求めて、常に、市場における水準を高める努力を行う。

イノベーションの根底に、企業文化が存在する。企業のイノベーションの持続化のためには、近代資本主義の精神が必要である。顧客は、商品を選択するが、同時に、企業のブランドや企業文化、価値観を評価している。基本的機能に加えて、ブランドのもつ安心感、信頼感、社会的な評価などを加味して、消費者は、商品の購入を決定する。企業は、目に見えない企業文化の基盤の上にイノベーションを創造する。このように、企業の競争力において、企業のもつ企業文化が重要な役割を担っている。今日の企業に求められるのは、社会貢献の意識をもち、顧客ニーズを理解した上で、活発なイノベーションを展開することである。企業は、市場における交換の結果としての貨幣の獲得を目的として、事業を展開するが、それだけでは、企業が長期的に存続することは困難である。企業が存続するためには、企業は、利潤獲得を超える特質をもつ必要がある。この特質によって、企業は、事業の好循環を可能とし、資本蓄積によって、存続が可能となる。ここでは、企業のもつ近代資本主義の精神が大きな役割を担うことになる。本稿では、企業の競争力と近代資本主義の精神について関係について、分析を試みる。

Ⅱ．「資本主義の精神」について

17世紀のイギリスの市民革命によって資本主義が開始された。封建体制においても、商品経済は社会の中に徐々に浸透していたが、資本主義の成立とともに、商品経済が一般化した。経済社会を動かす基軸となるのは、最早、土地

ではなく、貨幣であり、個人の営利精神であった。貨幣は、徐々に、社会の中の共同体的構造を切り崩した。社会の中の、相互扶助関係は希薄化し、商品化したサービスがこれに代わった。初期の資本主義においては、資本家が、新しい社会体制の支配者として登場した。資本家は、生産手段と労働力を購入し、製品・サービスを生産し、より大きな貨幣を蓄積していった。19世紀のマルクスがみたのは、このような、資本家による、なにをも所有しない大多数の労働者に対する搾取とそれを許容する資本主義という経済体制の矛盾に対する怒りであった。初期の資本主義においては、資本は、企業の競争力にとって、決定的に重要な要因であった。個人企業が中心であった自由経済は、競争の過程で、資本の集積・集中によって、独占が形成されるようになった。大企業は、巨大な資本によって、中小企業では、保有できない近代的な設備を手に入れ、これによって、労働生産性が向上し、コストの大幅な削減が可能となる。大企業は、優秀な人材の獲得が可能であり、事業機会に対して、積極的な投資が可能となる。

J.A.シュンペーターも、独占の一層の進展を予測していた。「…革新そのものが日常的業務になってきている。技術的進歩は、そのために必要なものをつくり出し、進歩そのものを予測しうる形で行なわしめるような一群の専門家の仕事になりつつある。資本主義初期の商業的冒険のロマンスは、いまや急速に昔日の光彩を失いつつある。なぜならば、かつては天才のひらめきのなかに描かるべきであったはずであったものが、いまでは精確に計算されるようになり、しかもそのようなものがいよいよ増しているからである。…合理化され専門化された事務所の仕事がついには個性を抹殺し、結果の計量可能性がついには『夢』を抹殺し去るであろう。指揮官はもはや乱闘のなかにおどりこむような機会はめぐってこない。彼はまさにもう一人の事務員—しかも取り換えることもむずかしい一人になりつつある」⁽¹⁵⁾、シュンペーターもまた、独占化する資本主義の将来に否定的な見解をもっていた⁽¹⁶⁾。19世紀後半には、後発資本主義国のアメリカとドイツが、国家の（再）統一を契機に、先進国であった

イギリスに挑戦するようになり、資本の集積・集中によって、大企業が急速に成長し、独占が形成された。しかし、独占は、企業にとっても社会にとっても、多くの問題点をもつ体制であった。独占によって、独占価格による消費者の不利益を招き、他方において、独占利潤に安住し、技術革新が停滞する。独占は、独占利潤によって顧客に不利益をもたらし、他方において、競争の不在によって、技術革新が停滞する。官僚主義、セクショナリズム、前例主義、国家権力との癒着⁽¹⁷⁾などの諸問題が顕在化し、経済社会の発展は停滞する。E.T.ペンローズは、「会社がいかに大きくても、与えられた期間に果たしうる拡張の量には限度がある。だから大企業グループがみずから経済界に作り出した有利な投資機会を一つ残らず有効に利用しようと仮定する理由はまったくない。かれらが、みずからを競争から守る力を手放すまいと固執することは考えられるが、生産し、技術革新し、消費者を吸引する卓越した能力以外の手段で、このような保護を手に入れるかぎり、経済の間隙は『人為的』に削減され、かれらの支配的地位が維持されるばかりでなく、経営自体の成長も抑制されてしまうのである。大企業および、ビッグ・ビジネス間競争の擁護論が有力なものであるとしても、それによって立つ条件は放任しても永続する性質のものではなく、なれ合いや、資金的統制の拡張や、経済組織の矛盾を解決しようとする闘争によって破壊されてしまう性格のものである。この経済組織では、競争が神であるとともに悪魔でもあり、会社の成長は効率よく行われるが、それによって規模はそれ自体では非効率とはいえないにせよ、やがてはみずからの成長を阻害するに至る産業構造を生み出してしまうのである」⁽¹⁸⁾ としている。企業の競争力は、資本のみによっては、判断できない。資本主義の初期においては、技術革新が緩慢で、資金力が重要性をもつが、今日では、ほとんど資金を有しない小企業が、新しいビジネス・モデルを構築して、急成長することはしばしばみられる。他方、かつては、独占企業として知られた企業が、巨額の内部留保を有しながら、産業の成熟化と産業構造の急速な転換、企業環境の変化への対応に乗り遅れて、衰退するのを、われわれは、しばしば目にすることができる。市場支配を確立

し、内向きの企業文化となった独占企業は、グローバル競争の中で革新的な企業文化をもつに至った新興企業の挑戦に切り崩されることになる。

このような独占の弊害から、資本主義を再び活性化する目的で、民営化された国営・国有企業や独占企業は、国家によって分割され、寡占企業間の競争を主軸とする新自由主義に移行している。企業の存続・発展のために、利潤は、常に必要であり、グローバル企業間の競争が熾烈化する中で、研究開発費や設備投資が、巨額化している。先端技術開発において、大企業は、グローバル競争の中で存続するために、より大きな資金と経営資源が必要になっている。しかし、現代の資本主義においては、企業が保有する資金量のみでは、企業の発展と競争力を説明することはできない。

市場において、独占企業が、産業構造の転換や、急速に進展する技術革新に対応することができず、急速に競争力を低下させ、あるものは破綻⁽¹⁹⁾するのを、われわれは、目前に見ることができる。他方、国内において、大きな経済的役割を担っている中小企業⁽²⁰⁾の一部は、短期間のうちに大企業へと成長する。現代においては、交換の活発化と市場拡大の結果として、経済社会における分業が進展し、企業は、より専門化する傾向がある。ここでは、企業がつくり出した独自の技術やビジネス・モデルは、競争力にとって決定的な役割を担っている。他方、長い歴史と伝統をもつ大企業が、形式にこだわり、産業構造の転換に乗り遅れ、あるいは、時間の経過とともに、創業時には効果的であった経営理念が形骸化し、ほとんど意味をもたなくなる場合もある。成熟化した大企業の多くは、企業内の組織が硬直化して、官僚主義がはびこるようになる。他方、中小企業においても、競争力をもつ発展的な中小企業がみられる⁽²¹⁾。こうした中小企業の多くは、近代資本主義の精神をもち、これを基礎として革新的な技術・ビジネス・モデルをつくりだし、競争力を喪失しつつある大企業が作り出した市場における間隙を突いて、急成長することがある。

1970年代を転機に、計画よりも市場における競争を重視する新自由主義が、大きな力をもつようになった⁽²²⁾。資本主義各国は、国力を強化するために、新

自由主義に転換し、経済に対する介入を減らし、金融政策を重視する政策⁽²³⁾に転じている。ここでは、市場における価格機構が重視される⁽²⁴⁾。

ここで、近代資本主義の精神を持つ企業は、このような独自技術を、より洗練化して、企業の競争力の向上と結びつけることが可能となる。このように、企業のイノベーションの底辺には、資本主義の精神が存在する。今日の企業においては、資金量よりも企業文化、価値観⁽²⁵⁾、より根本的には、近代資本主義精神の有無が競争力に大きな影響を及ぼしている。企業は、創業時には、創業者の経営理念の影響を強く受け、その発展の歴史の中で、さまざまな要因が付加される。ここで、企業文化は、企業の歴史とも関係がある。「文化の本質は、学習され共有された暗黙の仮定」⁽²⁶⁾である。企業文化は、非数値的であり、マイケル・ポラニーによれば、暗黙知とは、「語ることよりも多くのことを知ることができる」⁽²⁷⁾という事実である。ポーターが指摘したように、企業の競争力は、インフラなど、企業の外部の環境に大きく依存するが、その潜在力を引き出すのは、企業内部の要因によるものであり、企業文化、価値観などの影響を受ける。

経済のグローバル化とともに、海外資源・市場の支配を目的として、資本輸出（海外直接投資）が拡大し、資本の配置が広域に分散し、本国本社の調整の役割は高まっている。本国本社は、企業が戦略を策定し、広範囲な企業活動を調整し、企画・研究開発等が構築される場である。今日では、企業は、外部資源の活用を図りながら、自らの保有するコア・コンピタンスに、経営資源を集中して投入するようになり、専門化が進展している。独占的大企業が競争力を失い、他方、革新的な中小企業が、知識と工夫によって、急成長し、専門化した中小企業は、大企業では、採用されることが困難な新しい視点の技術やビジネス・モデルの構築によって、顧客の支持を獲得することに成功する。このように、企業の競争力は、個々の企業の資本規模以上に、最終的には、企業文化、価値観、近代資本主義の精神に基づく革新性の有無によって規定される。

III. 国・地域・産業クラスターの影響

M.E.ポーターは、企業の競争力の源泉は、企業の外部に存在すると述べている。インフラなどの企業をとりまくさまざまな条件が、企業環境としての重要性をもつ。ポーターは立地の重要性を指摘し、クラスターの概念を提唱した⁽²⁸⁾。ポーターは、企業の競争力の源泉として、立地が企業に提供する事業環境の重要性を指摘した⁽²⁹⁾。ポーターは、「ある立地の競争力は主に、その立地が企業に提供する事業環境から生まれるというのが筆者の主張だ。労働力や資本、天然資源が繁栄を左右するわけではない。今やこうした要素は広い範囲から入手できるようになっているからだ」⁽³⁰⁾とした。

国・地域・産業クラスターの影響を受けて、企業の競争力の源泉や企業文化が形成される。企業家を育てるのもクラスターである。それぞれの国には、それぞれの歴史をもち、政治構造や文化に違いがある。企業は、これらの企業をとりまく環境の影響を、強く受けているのである。ポーターは、「クラスターという概念は、国家、州、都市の経済に対する新しい考え方であり、そこは、競争力強化に努力する企業、政府、その他機関が担うべき新しい役割が示されている。クラスターが存在するということは、競争優位のかかなりの部分は、任意の企業の内部どころかその業界内部にさえ存在せず、むしろその事業部の立地に由来していることが窺われる」⁽³¹⁾としている。

このように、ポーターは、企業は、適切な戦略と恵まれた環境の中に立地することによって、競争優位を手にすることが可能となるとした。国の自然的条件は、その国に本拠地をおく企業に、影響を及ぼしている。他方、国の社会構造は、企業の競争力に大きな影響を及ぼす。アメリカに本拠地をもつ企業は、アメリカの社会構造の影響を強く受けているし、ドイツに本拠地をおく企業は、ドイツの社会構造の影響を、強く受けている。

国の自然的条件（気候・地理・天然資源）が経済発展に、大きな影響を及ぼしていることは間違いない。先進国は温帯の地域に多く、海岸線に恵まれた国

では、交易港が発達し、商業に有利な条件を提供し、商人の活動が活発化して、営利精神が広まった。しかし、国の経済発展において、自然的条件以上に、大きな影響を及ぼしているのは、その国の社会構造、価値観、文化である。国力は、その国の自然的条件以上に、社会的条件が、大きな影響を及ぼしている。

産業クラスターは、地域における産業間の分業である。国内の各地の産業クラスターが形成され、産業の発展を促進する。産業クラスターにおいては、それぞれ特色をもつ同種企業の集積がみられ、相互に多様な影響を及ぼしあっている。企業は、自企業をとりまく産業クラスターの影響を強く受けている。また、産業クラスターの内部にも、さまざまな規模の企業が存在し、各企業を特色づける企業文化もさまざまである。市場における企業の評価は、直接的には、企業が提供する商品の品質や性能、価格によって決定されるが、他方、企業が持つブランドや企業文化の影響を受ける。消費者は、商品やサービスを購入する際、企業がどのような経営理念をもち、経済社会に対する貢献を行っているかを、評価している。長期的には、堅実な近代資本主義の精神を根底にもつ企業が存続する。他方、保護に代って、競争が活発なイノベーションを生み出すことが次第に明らかになった。市場内部での競争の中で、企業が生き残るためには、絶えざる努力と工夫が必要となる。新自由主義が一般化して、競争が国家によって意図的に作り出される経済が出現した。経済がグローバル化し、企業間の競争が熾烈化している。企業は、こうした企業環境の中で、存続する必要がある。経済のグローバル化が進展する中で、企業は、より多くの経営資源を、企業の外部環境の中に、依存する必要が生じている。必要な資金は巨額となり、必要なスキルは専門化する。企業の中には、グローバル市場の中で、支配力を持つ企業が出現し、これらの巨大なグローバル企業は、世界中に資本を最適配置し、利潤を本国本社に集中するしくみを構築する。資本は、より効率的で、利潤の見込める国・地域・事業に投入される。ここで、本国本社は、これらの複雑な関係を調整する役割が、より高まっている。本社は、企業内部に適切な組織を構築し、品質の維持とコストの削減、差別化された製品・サービ

スの供給を図ることになる。他方、経済のグローバル化が進展する中で、大企業といえども、単独での活動は、限界に直面する。グローバル競争の中で、打ち勝つために必要な資金や人材・技術は、膨大なものとなる。企業は、不足する経営資源を M&A や企業間提携によって補うことになる。ここでは、相互の企業文化が問題となる。他方において、本拠地のクラスターの役割が増大する。

IV. 専門化と競争力

中世ヨーロッパにおいては、長期間にわたり封建体制が維持されたが、商品経済が徐々に浸透していった。地中海や北海においては、商業都市が発達し、農村においては、小商品生産者が徐々に成長し、その役割を高めた。貨幣を求める資本主義の精神は、中世末期には、徐々に最初の資本主義国であったイギリスの農業社会に浸透し始めていた。「16 世紀半ば以降、土地生産性の上昇を目的とした農業上の諸変革が進むにつれて、イギリスの農村社会には、かつてみられなかった新しい原理＝従来の農村社会を支配していた伝統主義、習慣をよしとする原理に代わって、競争原理が浸透することとなった。市場の動向に敏感に反応して弾力的に農業経営を行い、そのためには非効率的な従来の共同社会から脱却して個別的な農業社会を志向する一部の農民階層…新しいジェントリの台頭は、慣習に守られた伝統的農村社会を揺るがさずはおかなかった。…こうして市民革命以前にイギリスにおいては、部分的にせよ、農業における近代的諸関係…農業資本主義が展開しつつあったのである」⁽³²⁾ 最終的には、貨幣の蓄積によって力をつけた市民階級が、封建体制の拘束を打破して、資本主義が成立した。17 世紀の市民革命を契機として、プロテスタントの国であるイギリスにおいて、人権の保障と自由な経済活動を基礎とする資本主義が出現した。資本主義は、商品経済が一般化する体制である。封建体制は、土地を基礎とし、身分制度によって維持されていたが、血縁よりも貨幣の力が重要性をもつ経済体制が出現した。資本主義体制の内部では、市場における交換において、

企業間の自由競争が展開されるようになった。アメリカ、イギリス、フランスのように、市民革命が徹底し、社会における封建的性格が、徹底的に解体された国家においては、資本主義が純粋に発展した。ここで、純粋な資本主義発展とは、禁欲的な意識を強くもった近代資本主義的精神を基礎とする。このように、企業が、単に、貨幣の獲得だけではなく、社会貢献の精神を内包していたからこそ、資本主義が今日まで、存続できたと考えられる。

今日の世界経済の基軸は、金融中心地であるニューヨークである。1890 年頃、アメリカは、世界首位の工業国となり、この結果としての経済的の向上は、金融センターとしてのニューヨークの地位を向上させた⁽³³⁾。金融は貨幣の供給によって、生産手段の原資となり、国内産業の活動を活発化させる。ウォール・ストリートは、200 年の歴史を通して、ニューヨーク市にある金融市場だけでなく、世界的な金融市場をも含むようになっていく⁽³⁴⁾。産業は、産業構造の転換と共に、その中心的産業クラスターの立地は、常に転換するが、金融中心地は、一度形成されると、変化することは少ない。金融は、その役割を低下させながらも、イノベーションにとって不可欠の要素である。

社会構造が、資本主義発展の一要因である。アメリカの社会構造が、アメリカ企業に大きな影響力を及ぼした。もともと封建体制が存在しなかったアメリカでは、二度の市民革命（独立戦争と南北戦争）によって、その後の資本主義発展の前提条件が整えられた。アメリカの自由主義と民主主義を尊重する経済社会、形式・装飾よりも、プロテスタントに由来する機能的な生活スタイルや価値観が、アメリカ社会の中に浸透し、同時に、これらの文化・価値観は、グローバル市場に受け入れられる要素を内包していた。アメリカは、自然的条件（気候・立地・天然資源）に恵まれている。アメリカの価値観・文化、社会風土が、これらの潜在的な発展の可能性を引き出し、高い生産性と国民の豊かさを可能にした。アメリカ企業の高い生産性が生み出す余暇が、創意工夫を生み出し、アメリカにおける活発なイノベーションに役立っている。アメリカ人の余暇が、単に享乐的に用いられるだけでなく、企業にとって競争力の源泉を創

造する土壌となっていると考えられる。このように、余暇を生産的に用いることで、新たな暗黙知を作り出し、イノベーションの土壌形成に役立ってきた。

近代資本主義の精神とは、単に利潤の獲得と資本蓄積のみではなく、堅実性と禁欲的な社会貢献の特質を強くもつ。企業は、利益を目的とするが、冒険主義や短期的に資本の論理に執着し、資本蓄積のみを目的とするならば、長期的な利益を失うことがある。企業は、社会貢献の精神を有しているからこそ、市場における基盤が強化される。他方、企業をとりまく社会構造、社会風土が企業文化に、大きな影響を及ぼしている。市場が成熟化し、消費者は、ますます差別化された、商品を求めるようになっており、企業は、このような顧客ニーズの充足に常に務めることになる⁽³⁵⁾。企業は、顧客ニーズの充足がその機能であり、これによって、存立が可能となる。この中で、企業は、絶えざる技術革新やビジネス・モデルの構築が必要となるが、このような技術革新やビジネス・モデルの構築においては、企業文化が大きな影響を及す。長期的にみて、持続的発展を遂げる企業は、近代資本主義の精神を、企業文化の根底にもっている。このような企業文化の上に活発なイノベーションが展開され、新機軸が構築される。企業の競争力の源泉を、文化という抽象的内容にのみ帰することは、できない。企業経営には、経営者の「カン」「コツ」のみでなく、「巧みな経営」、簿記などの「管理技術」⁽³⁶⁾による節約が不可欠である。市場は大都市に集中する傾向があるが、企業の提供する商品・サービスに対して、顧客が、その性能や品質、価格を評価し、価値を認め、対価としての貨幣と交換する。取引においては、交換が相互に利益をもたらすことが原則である。今日、大衆消費社会が出現し、市場の成熟化が進展する中で、顧客ニーズは高度化している。企業にとって、高度化した顧客ニーズを充足するための研究開発のコストが拡大している。企業は、利潤を獲得するために、市場における交換が必要であり、交換を実現するために、さまざまな技術革新やビジネス・モデルの構築を試みる。顧客は、さまざまな欲求をもち、その欲求は、絶えず高度化・多様化している。企業は、こうして複雑化する顧客ニーズの充足と、ニーズ自体の創造を常に試

みることになる。今日、存続・発展している企業の多くは専門化し、差別化された製品を開発し、技術革新や新しいビジネス・モデルを実現している企業である。顧客ニーズを充足するための技術革新や新しいビジネス・モデルを構築した企業は、顧客の支持を獲得することが可能となる。長期的には、企業は、近代資本主義の精神を根底にもち、顧客ニーズの充足を試みる過程で、イノベーションが創出される。企業は、自らもつ資源を活用し、顧客ニーズの充足を図り、利潤の獲得を目指す。

また、優れた企業においては、労働者の自己実現⁽³⁷⁾が可能である。労働者が、労働の中で、社会における自己の有用感と自己実現の意識をもつこと⁽³⁸⁾が、労働者の労働へのモチベーションを高め、このことが企業の競争力の向上につながる⁽³⁹⁾。企業は、社会貢献を通じて、従業員の自己有用感を形成し、企業の一体感をつくりあげることが重要である。

市場における交換が分業を促進し、この結果、企業が専門化し、企業の競争力にとって、重要な役割を担うことになる。このような熾烈な企業間競争の中で、企業が存続するためには、企業は自らのもつ企業文化の変革を常に図る必要がある。その根底に、堅実的な近代資本主義の精神を維持する必要がある。企業文化は、企業をとりまく産業クラスターの影響を受けるが、これに留まることはない。競争力をもつ企業は、根底において、すぐれた企業文化をもつ。イノベーションは、近代資本主義の精神によって促進される。イノベーションの活性化を図るのであれば、企業文化を変革する必要がある。ここで、企業の根底に存在する暗黙知の役割が必要となっている。企業は、狭い範囲に経営努力を集中することによって、本国における優位⁽⁴⁰⁾の形成が可能となる。

V. むすび

1978 年末以降の中国の経済成長によって、米中の二大経済大国の企業がグローバル競争を展開するようになった。しかし、市場の機能を学んだ中国がアメリカの地位にとって代わるのは容易ではない。その根拠の一つは、中国の政

治体制の特質（一党支配）であり、民主主義の制限と、そこから生み出される社会構造である。人にとっては、豊かさよりも自由の方が、より重要である。1978 年末、中国は市場経済に移転し、経済の好循環によって経済規模が急速に拡大した。計画経済よりも自由な交換の方が、経済社会の発展を促進することが明確になりつつあった。中国国民の所得水準は向上し、国内市場が拡大⁽⁴¹⁾した。中国では、国有企業が大きな比重をもちながらも、グローバル市場において知られる巨大な民間企業が出現した。市場における需要拡大が、分業の進展と専門化の主要な要因であった。市場における需要機会に対して、企業は、活発なイノベーションを試み、相手にとっても有利な交換をつくり出そうとする。企業は、需要をめぐる、ライバル企業との競争を展開し、これに打ち勝つために、活発なイノベーションを展開する。この結果、価格が低下し、他方、品質・サービスが向上し、経済社会の水準が向上した。企業は、近代的な設備を購入し、労働生産性を向上させ、低コストでの製品の製造が可能となる。他方において、中国の経済発展の要因の一つは、一定の工業保護政策⁽⁴²⁾にあった。

19 世紀の半ば以降、アメリカにおいては、鉄道の発達による大量流通⁽⁴³⁾が可能となり、巨大な国内市場が形成され、このことが、ビッグ・ビジネス形成の要因となり、他方において、市場における交換が活発化し、商業などの各分野において専門化が進展した。アメリカでは、巨大な市場における需要に対応するために部品の標準化や大量生産方式⁽⁴⁴⁾が形成された。この結果、企業の生産性が向上し、労働者の所得が向上して、1920 年代のアメリカでは、大衆消費社会が出現した。この結果、国民生活の中で、物が充足し、消費者は、差別化した商品を求めるようになった。市場が成熟化にともない、顧客ニーズが多様化した。ここでは、大量生産によるコストの削減によって労働生産性が高まり、企業が余剰を生み出すと、この余剰が、新たなイノベーションの原資となった。この余剰が、余暇時間やこれを梃子として新たな革新の源泉として機能した。

近代資本主義の精神とは、貨幣獲得と同時に、社会貢献の特質を有し、この

ことによって、資本主義経済が発展するという性格をもつ。この軸は、市場における交換である。企業の本拠地をおく国に恵まれた自然的条件（天然資源の存在、気候、地理的条件）が存在することは、企業の競争力にとって、有利な条件として作用する。しかし、企業の競争力を最終的に特徴づけ、決定するのは、その内的条件であり、とりわけ、非可視的な要因である。企業の競争力は、ウェーバーのいう近代資本主義の精神と深い関わりがある。企業が、存続するためには、絶えざるイノベーションが必要であり、この底辺には企業文化が存在する。顧客は、商品・サービスを選択する前に、企業のブランドや企業文化を評価している。企業は、競争力を高めるために、より付加価値の高い、差別化された製品・サービスの開発が必要となっている。企業は、他企業からの模倣が困難な競争力の源泉を構築する必要がある。また、企業の競争力にとって、従業員のモチベーションの高さは、重要な要因である。労働によって、労働者が技能を高め、自己成長することが、本来あるべき姿である。労働のやりがい、自己成長、自己実現は、労働者と企業との一体感をつくりあげる。

現代の資本主義においては、企業規模のみで、企業の競争力を説明することはできない。技術革新など、企業環境の変化が速く、かつて優れた企業文化を有していた老舗企業のいくつかは、変革よりも、創業時の経営理念が形骸化し、あるものは破綻し、専門化した新興企業にその地位をとって変わられることが少なくない。他方、近代資本主義の精神をもった革新的な専門企業が急成長し、大企業を追い抜き、その地位にとって代わることは珍しくない。近代資本主義の精神が、企業の競争力の要因としてのイノベーションに重要な影響を及ぼす。また、今日では、競争がグローバルに広域化し、限られた経営資源しかもたない企業が、単独で、事業を展開するにあたっては、困難が生じるようになった。この結果、企業間の提携が活発化している。提携は、異なる企業同士が、相互の優位の源泉を利用することによって、利益の向上を目指すものである。提携は一時的には、相互に利益をもたらすことが可能であるが、長期の提携は容易ではない。企業間の提携においても、企業文化の共通性が、大きな役割を担う

ことがある。価値観の共有は、協調を容易にする。

企業が存続するために、利潤が必要である。利潤は、市場における交換によって実現する。交換においては、相互の利益が必要となる。片方の利益がなくなるまで、交換は続く。企業が、貨幣を目的とするだけでは、長期的存続・発展は困難である。競争力をもつ企業の多くは、近代資本主義の精神にもとづいて専門化し、狭い分野で革新性をもっている。この競争力の源泉は、市場における均衡の水準を高める要因であるが、独自の技術、創業者や創業家の経営理念、企業の歴史の中で形成された企業文化である場合もある。企業の競争力の源泉は、市場に対する「切り口」を形成する能力であり、この競争力の源泉を顧客が支持することによって、企業の存続が可能となる。近代資本主義の精神は、企業の貨幣の獲得と同じ程度に、顧客や市場に対する社会貢献の精神を特徴としている。市場における交換を軸とする経済において、企業が、このような精神をもつからこそ、顧客の支持を獲得し、その長期的存続が可能となる。この専門化と競争力についてのより深い分析は今後の課題としたい。

注

- (1) 「価値増殖目的の問題は、一時的短期的にはともかく、長期にわたって無視ないし軽視しうるものではなく、経営者・管理者の任意の決定に委ねうるようなものではない」片岡信之『現代企業の所有と支配―株式所有論から管理的所有論へ―』白桃書房、1992年、116頁。
- (2) 林昭『現代の大企業―史的展開と社会的責任―』中央経済社、2003年、13頁。
- (3) 亀井正義『多国籍企業の経営行動』ミネルヴァ書房、1991年、1頁。
- (4) マックス・ウェーバー、大塚久雄訳『プロテスタンティズムの倫理と資本主義』岩波書店、1989年、45頁。
- (5) 同上訳書、78頁。
- (6) 同上訳書、82―83頁。
- (7) 楠井敏朗『アメリカ資本主義の発展構造・Ⅰ―南北戦争前期のアメリカ経済―』日本経済評論社、1997年、1頁。
- (8) 山口重克『(新版)市場経済―歴史・思想・現在―』名古屋経済出版会、2004年、1頁。
- (9) アダム・スミス、大内兵衛・松川七郎訳『諸国民の富 (一)』岩波書店、1959年、24頁。
- (10) 「…それゆえ、我々には、商企業は企業の『本源的』形態であるように思われる。『商業

「資本主義の精神」と企業

が企業を生み出した』と言ってよい」J.A.シュンペーター、清成忠男編訳『企業家とは何か』東洋経済新報社、1998年、19-20頁。

- (11) 阿部悦生・壽永欣三郎・山口一臣『ケースブック アメリカ経営史』有斐閣、2002年、14-15頁。
- (12) D.リカードウ、羽島卓也・吉澤芳樹訳『経済学および課税の原理（下巻）』岩波書店、1987年、118頁。
- (13) 三戸公『ドラッカー、その思想』文眞堂、2011年、10頁。
- (14) J.A.シュンペーター、塩野谷祐一・中山伊知郎・東畑精一訳『資本主義発展の理論（上）』岩波書店、1977年、182-183頁。
- (15) J.A.シュンペーター、中山伊知郎・東畑精一訳『資本主義・社会主義・民主主義』東洋経済新報社、1995年、133-134頁。
- (16) J.A.シュンペーター『資本主義は生きのびるか』（経済社会学論集）名古屋経済出版会、2001年、173-199頁。
- (17) 井上宏『多国籍業とグローバル戦略』中央経済社、1993年、4頁。
- (18) E.T.ペンローズ、末松玄六訳『会社成長の理論（第二版）』ダイヤモンド社、1980年、334頁。
- (19) E.I.アルトマン、青山英男訳、佐藤一郎助訳『現代大企業の倒産—その原因と予知モデルの包括的研究—』文眞堂、1992年、1-3頁。
- (20) R.ロスウェル&W.ゼクフェルト、間苧谷努・岩田勲・庄谷邦幸・太田進一訳『技術革新と中小企業—雇用と経済発展への役割—』有斐閣、1987年、20-21頁。
- (21) 中沢孝夫『中小企業は進化する』岩波書店、2009年、165頁。
- (22) OECD 編、山本哲三/松尾勝訳『規制緩和と民営化』東洋経済新報社、1993年、3-4頁。
- (23) ミルトン・フリードマン、村井章子訳『資本主義と自由』日経 BP 社、2008年、92頁。
- (24) M&R フリードマン、西山千明訳『選択の自由—自立社会の挑戦—』日本経済新聞社、1980年、23頁。
- (25) T.J.ピーターズ & R.H.ウォーターマン、大前研一訳『エクセレント・カンパニー』講談社、1983年、479頁。
- (26) E.H.シャイン、金井壽宏監訳、尾川丈一・片山佳代子訳『資本主義の精神—生き残りの指針—』白桃書房、2004年、26頁。
- (27) マイケル・ポラニー、伊藤敬三訳『暗黙知の次元—言語から非言語へ—』紀伊国屋書店、1980年、15頁。
- (28) M.E.ポーター、土岐坤・中辻萬治・小野寺武夫・戸成富美子訳『国の競争優位（上）』ダイヤモンド社、1992年、194頁。
- (29) M.E.ポーター、竹内弘高訳『競争戦略Ⅰ』ダイヤモンド社、1999年、14頁。
- (30) M.E.ポーター、竹内弘高訳『競争戦略Ⅱ』ダイヤモンド社、1999年、11頁。
- (31) 同上訳書、68頁。
- (32) 米川伸一編『概説イギリス経済史—現代イギリス経済の形成—』有斐閣、1986年、23-24頁。
- (33) 上川孝夫『国際金融史—国際金本位制から世界金融危機まで—』日本経済評論社、2015年、75頁。

- ③4 チャールズ・R・ガイスト、中山良雄訳、入江吉正編『ウォールストリートの歴史』フォレスト出版、2001年、14頁。
- ③5 三家英治『マーケティングとは何か』晃洋書房、1993年、19頁。
- ③6 片岡信之『経営経済学の基礎理論－唯物史観と経営経済学－』千倉書房、1973年、276－277頁。
- ③7 A.H.マズロー、金井壽宏監訳、大川修二訳『完全なる経営』日本経済新聞社、2001年、40頁。
- ③8 嶺学『労働の人間化を求めて』法政大学出版局、1991年、5頁。
- ③9 井上宏は、「労働の自然法則」という言葉を用いた。井上宏『知的創造の経営学』八千代出版、2002年、2－4頁。
- ④0 M.E.ポーター編著、土岐坤・中辻萬治・小野寺武夫訳『グローバル企業の競争戦略』ダイヤモンド社、1989年、46頁。
- ④1 唱新『中国型経済システム』世界思想社、2005年、103－105頁
- ④2 リストは、後進国の工業に対する保護政策を擁護した。「後進諸国民は、他の諸国民の先んじた進歩により、外国の関税制度や戦争によって、農業状態から工業状態への移行を実現する方法を、つまり工業独占を目ざして努力している先進諸国民との貿易を－それが右の移行を妨げるかぎり－みずからの関税制度によって制限する方法を、自分自身で求めるように迫られる。」フリードリヒ・リスト、小林昇訳『経済学の国民的体系』岩波書店、1960年、56頁。
- ④3 ブラッドフォード/カー、川辺信雄監訳『アメリカ経営史』ミネルヴァ書房、1988年、151頁。
- ④4 ヘンリー・フォード、豊土栄訳『ヘンリー・フォード著作集・上巻』創英社/三省堂書店、2000年、112頁。

[論 説]

インドネシア・マレーシアにおけるイスラム会計

松 田 修

1. はじめに

イスラム金融はイスラム法であるシャリア (Shariah)¹ に基づいて行われている。イスラム金融は 20 世紀後半から飛躍的に発展している。シャリアでは、禁止行為であるハラム (Haram)² として、「利子であるリバ (Riba)³ の禁止」「投機行為であるマイシル (Maisir) の禁止」「不明瞭な取引であるガラール (Gharar) の禁止」「ギャンブル行為であるキマール (Qimar) の禁止」が定められ、シャリアに従ってイスラム金融取引が行われている。

今回研究対象としたインドネシアとマレーシアは、東南アジアにおけるイスラム金融の先進国であり、それらの国のイスラム金融取引⁴には、リバを回避した商品取引型の契約である「ムラバハ (Murabaha)」「バイビサマンアジル (Bai Bithaman Ajil)」「イジャラ (Ijarah)」「イスティスナ (Istisna)」、不明瞭な取引を排除した損益分配型の契約である「ムシャラカ (Musharaka)」「ムダラバ (Mudaraba)」、さらに、これらの基本スキームを応用したイスラム債券である「スクーク (Sukuk)」などが存在している。

イスラム金融取引の多くはイスラム銀行によって行われており、欧米諸国や日本の商業銀行とは大きく異なった価値観を持っている。イスラム銀行はシャリアに従って「リバ」「マイシル」「ガラール」「キマール」を排除した銀行で

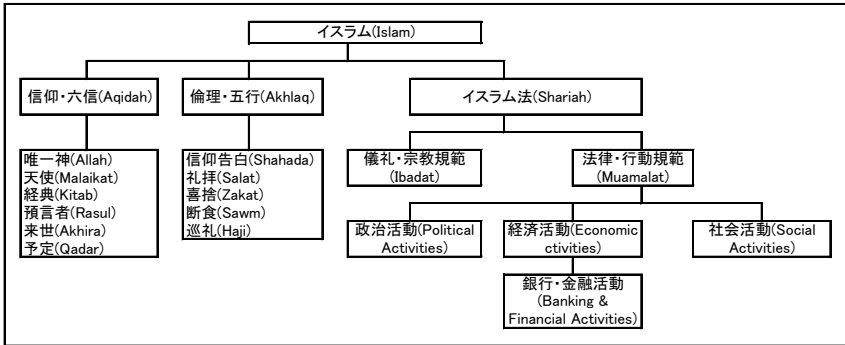
あり、より健全な金融取引をめざしている。本稿では、第2章において、「イスラムにおけるリバ」、第3章において、「イスラム金融の歴史」、第4章において、インドネシアやマレーシアにおける「イスラム金融の会計処理」について検討を行っていく。

2. イスラムにおけるリバ

イスラムとは、アラビア語のサラム (salaam) から派生した言葉であり、「平和」、「平和を達成する道」、「服従」を意味している⁵。また、イスラム教徒をムスリム (Muslim) と呼び、「帰依する者」「教えに従う者」を意味している。イスラムでは、3つの信仰上のガイダンスを示した考え方が存在しており、1つ目はムスリムによる信仰・六信を示した「アキーダ (Aqidah)」、2つ目はムスリムの倫理・五行である「アクラク (Akhlaq)」、3つ目はムスリムが従うべきイスラム法である「シャリア (Syariah)」である⁶。

アキーダは、唯一の神・絶対の神である「アッラー (Allah)」、神と人間の中間的存在の天使である「マラーイカ (malaika)」、クルアーン⁷などの啓典を示した「キダーブ (kitab)」、ムハンマド (Muhammad) などの預言者を示した「ナービー (nabi)」、終末後の日 (世界の終わりと来世) を示した「アーヒラ (akhira)」、一切の事柄があらかじめ定まっている予定・天命を示した「カダル (qadar)」である⁸。アクラクは、信仰告白の「シャハーダ (Shahada)」、礼拝の「サラート (Salat)」、断食の「サウム (Sawm)」、喜捨の「ザカット (Zakat)」、巡礼の「ハッジ (Haj)」である。

特に、シャリアは、もともと「水場に至る道」を意味しており、「アッラーへの道」を表現している。したがって、シャリアはアッラーが示した「人間が行うべき正しい道」を示したイスラム法といえる。シャリアは儀礼・宗教規範の「イバダート (Ibadat)」と法律・行動規範の「ムアマラート (Muamalat)」に区分される。さらに、ムアマラートは政治活動、経済活動、社会活動に区分される。イスラム銀行はムアマラートの経済活動によって規定されている。



(資料) Haron, S. and Shanmugam, B.(2001) Islamic Banking System: Concepts and Applications, Pelanduk, p.69, Figure.4.1.Khir, K. Gupta, L. and Shanmugam, B. (2008) Longman and Islamic Banking: A Practical Perspective, Pearson, p.15.

図 2-1 イスラム銀行制度と宗教 (Banking System and Religion within Islam)

シャリアの主要な法源は啓典であるクルアーン、預言者の言行であるスンナ (Sunnah)、合意を意味するイジュマー (Ijma)、類推を意味するキヤース (Qiyas) であり、補足的な法源として、イジュティハード (Ijtihad)、イスティサン (Istihsan)、マスラハット (Maslahat)、マルフ (Maruf) がある⁹。

シャリアでは、ムスリムの日常生活での行為を支配する行動基準として、義務行為であるワジブ (Wajib) またはファルド (Fald)、推奨行為であるマンドゥブ (Mandoob)、許容行為であるムバーハ (Mubaah)、嫌悪行為であるマクルウフ (Makrooh)、禁止行為であるハラム (Haram) の 5 つに区分している¹⁰。

イスラム金融にとって最も重要なシャリアの行動基準はハラムである。ハラムは義務行為であるワジブの反対であり、イスラムによって厳格に禁止されている行為である。ハラムにおいて禁止されている行為の 1 つがリバである¹⁰。リバは、もともとアラビア語で「増加 (al-ziyada)」、「成長 (al-numuw)」、「上昇・高慢 (al-irtifa and al-uluw)」を語源としており、現在では利子を意味している¹¹。

表 2-1 クルアーンにおけるリバ

第 2 章雌牛第 275 節	「リバを食る者は、悪魔にとりつかれて倒れたものがするような起き方しか出来ないであろう。それはかれらが「商売はリバをとるようなものだ。」と言うからである。しかしアッラーは、商売を許し、リバを禁じておられる。それで主から訓戒が下った後、止める者は、過去のことは許されよう。かれのことは、アッラーの御手の中にある。だがその非を繰り返す者は、業火の住人で、かれらは永遠にその中に住むのである。」
第 2 章雌牛第 276 節	「アッラーは、リバへの恩恵を消滅し、施しには恩恵を増加して下される。アッラーは忘恩な罪深い者を愛されない。」
第 2 章雌牛第 277 節	「本当に信仰して善行に励み、礼拝の務めを守り、定め of 喜捨をなす者は、主の報奨を与えられ、恐れもなく憂いもない。」
第 2 章雌牛第 278 節	「あなたがた信仰する者よ、(真の) 信者ならばアッラーを畏れ、リバの残額を帳消しにしない。」
第 2 章雌牛第 279 節	「もしあなたがたがそれを(放棄)しないならば、アッラーとその使徒から、戦いが宣告されよう。だがあなたがたが悔い改めるならば、あなたがたの元金は収得出来る。人びとを不当に扱わなければ、あなたがたも不当に扱われない。」
第 2 章雌牛第 280 節	「また債務者がもし窮境にあるならば、そのめどのつくまで待て。もしあなたがたが分っているならば、帳消しにして喜捨することがあなたがたのために最もよい。」
第 3 章イムラーン家第 130 節	「あなたがた信仰する者よ、倍にしまでも倍にして、リバを食ってはならない。アッラーを畏れなさい。そうすればあなたがたは成功するであろう。」
第 4 章婦人第 32 節	「アッラーがあなたがたのある者に、他よりも多く与えたものを、羨んではならない。男たちは、その稼ぎに応じて分け前があり、女たちにも、その稼ぎに応じて分け前がある。アッラーの御恵みを願え。誠にアッラーは凡てのことをよく知っておられる。」
第 4 章婦人第 161 節	「禁じられていたリバを取り、不正に、人の財産を食ったためである。われはかれらの中の不信心な者のために、痛ましい懲罰を準備している。」
第 30 章ビザンチン第 39 節	「あなたがたが利殖のために、高利で人に貸し与えても、アッラーの許では、何も増えない。だがアッラーの慈顔を求めて喜捨する者には報償が増加される。」

(資料) 井筒俊彦訳 (2009) 『コーラン (上) (中) (下)』岩波書店、藤本勝次他訳(2002) 『コーランⅠ・コーランⅡ』中央公論新社、三田了一訳 (1983) 『聖クルアーン：日亜対訳注解』日本ムスリム教会。

クルアーンの第 2 章牝牛第 275 節では、リバについて以下の通り述べ、商売を認めているが、リバを禁止している¹³。

「リバを喰らう人々は、復活の日ずっと立ち上がることもできず、せいぜいシャイターンの一撃をくらって倒された者のような情けない立ち上がり方しかしないであろう。それというのも、この人々は『なあと商売も結局はリバをとるようなもの』という考え方でやっている。アッラーは商売をお許しになった、

だがリバ取りは禁じ給もうた。まあ、それまでに儲けた分だけは見逃してもやろうし、ともかくアッラーが悪くはなさるまい。だがまた逆戻りなどするようなら、それこそ地獄の劫火の住人となって、永遠に出してはいただけまいぞ。」

クルアーンの第2章牝牛第276節では、リバによる儲けを禁止している¹⁴。「アッラーは最後の審判の日にはリバの儲けをあとかたもなく消して、施し物にはたくさんリバをつけて返してくださる。アッラーは誰であろうと罪業深い無信仰者はお好みにならぬ。」

クルアーンの第3章イムラーン家第130節では、2倍以上になるようなリバを禁止している¹⁵。

「汝ら、信徒の者、2倍をまた2倍にしたリバを喰らったりしてはならぬぞ。アッラーを畏れまつれ。さすれば汝らもいい目に遇える時が来よう。」

クルアーンの第4章婦人第161節では、ユダヤ教徒によるリバも禁止している¹⁶。

「彼ら（ユダヤ教徒）は、禁を犯してリバを取り、みんなの財産を下らぬことに浪費した。彼らの中の信なき者どもには苦しい天罰を用意しておいたぞ。」

クルアーンの第2章牝牛第278節では、残っているリバの帳消しを求めているが、元金の返済は認めている¹⁷。

「これ、信徒の者、アッラーを恐れかしこめよ。まだとどこおっているリバは帳消しにせよ。汝らが本当の信者であるならば。だがもし汝らがそれがいやだと言うなら、よいかアッラーとマホメットから宣戦を受けるものと心得よ。しかし、そのあとでももし悔い改めるなら、元金だけは残してやる。つまり自分でも不当なことをしなければ、ひとからも不当なことはされないのじゃ。」

クルアーンの第2章牝牛第280節では、リバの帳消しだけでなく、すべての借入金の帳消しを求めている¹⁸。

「相手が非常に困窮している場合には、事情がいくらかゆるむまで待ってやること。貸しを全部棒引きにして喜捨とするなら、その方が遙かに己が身のためにもなる。汝らにこれがわかっていさえすれば。」

表 2-2 ハーデイスにおけるリバ

ウサマ・イブン・ザイド	「直物取引にはリバの考えはない。あるとすれば支払猶予期間のある場合のみ、リバに代わる報酬の受取)である。」「リバが多額の場合、これを殆ど価値のないものまでに減額させなければならない。」
アブー・ダーウード 他	「金と金、銀と銀、小麦と小麦、大麦と大麦、ナツメヤシとナツメヤシ、塩と塩は、同等のものを手から手に直接取引しなさい。これらと異なる品目ならば、手から手に直接取引であれば、汝らが望むように売買しなさい。」
ウバーダ・サイド・アルフドリ	「金は金であり、銀は銀である。小麦は小麦であり、大麦は大麦である。デーツはデーツであり、塩は塩である。品物が違うなら、あなたが売りたいように売るのがよい。但し、その場渡しが条件だ。」
アブー・サイド・アルフドリ	「金は金であり、銀は銀である。小麦は小麦であり、大麦は大麦である。デーツはデーツであり、塩は塩である。それ以上のものを払い、それ以上のものを受け取る者はそれはリバと同じであり、罰を受けなければならない。」
ジャビル・イブン・アブダッラー	「預言者はリバを受け取る者、支払う者をののしり、リバの計算を記録し、それを見届けた者、全てを有罪と認めた。」「巡礼において預言者は人々を前に「ジャーヒリーヤ」（イスラム以前の時代）のリバはすべて無効とする。最初にこの適用を受けたのは、預言者の叔父に当たるアッパース・イブン・アブデル・モッタリブに支払うべきリバであった。」
アブダッラー・イブン・ハンザーラー	「預言者は『利息と知って一銭たりともそれを受け取る者三六回の姦通よりも悪い』とも言う。」
アブー・フライラ	「蛇に満ち満ちた家のような（どす黒い）腹を持った者の上に天罰を下すとするれば、リバを受け取る輩その者。」「なんびとともリバをとる時代が来たれば世は滅びる。」「習慣的に飲酒をする者、リバをとる者、権利もなしにみなし児の財産を横取りする者、両親に孝行しない者は、天国への道はとざされる。」

(出典) 谷正則 (1986) 「イスラム銀行の実態—実践的イスラム金融の運営」『海外事情』Vol.34、No.9、p.37-38、小杉泰・長岡慎介 (2010) 『イスラム銀行 金融と国際経済』山川出版社、p.22。

預言者ムハンマドの言行録であるハーデイスにおいても、リバについて述べられている。ハーデイスの「ウサマ・イブン・ザイド」では、支払猶予期間のあるリバを禁止している¹⁹。

「直物取引にはリバの考えはない。あるとすれば支払猶予期間のある場合のみである。リバが多額の場合、これを殆ど価値のないものまでに減額させなければならない。」

ハーデイスの「アブー・ダーウード」では、直接取引においては、等価交換が求められ、リバをとることを禁止している²⁰。

「金と金、銀と銀、小麦と小麦、大麦と大麦、ナツメヤシとナツメヤシ、塩

と塩は、同等のものを手から手に直接取引しなさい。これらと異なる品目ならば、手から手に直接取引であれば、汝らが望むように売買しなさい。」

さらに、ハーディスの「ジャビル・イブン・アブダッラー」及び「アブー・フライラ」では、以下の通り、イスラム以前に認められていたリバをイスラムでは禁止している²¹。

「預言者はリバを受け取る者、支払う者をののしり、リバの計算を記録し、それを見届けた者、全てを有罪と認めた。巡礼において預言者は人々を前に『ジャーヒリーヤ』（イスラム以前の時代）のリバはすべて無効とする。最初にこの適用を受けたのは、預言者の叔父に当たるアッパース・イブン・アブデル・モッタリブに支払うべきリバであった。」

「蛇に満ち満ちた家のようなどす黒い腹を持った者の上に天罰を下すとすれば、リバを受け取る輩その者。なんびとともリバをとる時代が来たれば世は滅びる。習慣的に飲酒をする者、リバをとる者、権利もなしにみなし児の財産を横取りする者、両親に孝行しない者は、天国への道はとどされる。」

また、イスラム以外にも、ユダヤ教・キリスト教・ヒンズー教などにおいても、利子を禁止する考え方が存在していた。ユダヤ教では、以下の通り、異教徒から利子を取ることは認めていたが、ユダヤ教徒同士では、利子を禁止していた²²。

旧約聖書の「出エジプト記」22章24-25節及び「甲命記」23章20節では、貧者と同胞に対して利子を課すことを禁じており、「甲命記」23章21節では、異教徒から利子を取ることを認めている。

キリスト教においても、歴史的に見ると、利子の存在に否定的であり、マタイ伝・マルコ伝・ルカ伝では、神聖な場所での商行為に対して厳しい態度をとっている。財産の有効活用では、利子を得る話が示され、その一方で、報酬を期待しない貸与を求めている²³。

また、13世紀ヨーロッパのスコラ哲学者であるトマス・アクイナスは、利子は不労所得である上に、神に属する時間を利用する通貨の売買であるため罪

表 2-3 リバの分類

	イスラム以前のリバ	イスラム以後のリバ
禁止の根拠	クルアーン	ハーディス
リバの性質	負債リバ 負債の拡張	売上リバ 等価の増加 支払いの猶予
リバの種類	リバ・アルコーラン リバ・アルジャーヒリーア リバ・アルナシアー リバ・アルデュユン リバ・アルムバシアー リバ・アルジャリ	リバ・アルハーディス リバ・アルスンナ リバ・アルファディ リバ・アルブユ リバ・アルムバシアー リバ・アルカフィ

(出典) Haron, S. and Shanmugam, B. (2001), Islamic Banking System: Concepts & Applications, Pelanduk Publications, p.59, table 3.1.

悪であると考えていた。トマス・アクイナスは利子に対して否定的であり、貸借取引は慈善行為でなければならないとしている²⁴。

リバは、表 2-3 に示した通り、「イスラム以前のリバ (Pre-Islamic Riba)」と「イスラム以後のリバ (Post-Islamic Riba)」に区分される。「イスラム以前のリバ」はイスラムが伝来する以前から存在しており、クルアーンで禁止されている負債リバである。「イスラム以前のリバ」には、「リバ・アルジャーヒリーヤ」「リバ・アルナシアー」などがある。「イスラム以後のリバ」はハーディスで禁止された売上リバである。「イスラム以後のリバ」は金・銀・大麦・小麦・ナツメヤシ・塩を交換取引するときに発生するリバであり、「リバ・アルファディ」などがある²⁵。

「リバ・アルジャーヒリーヤ」は延滞などを理由に貸付金などに対して賦課される割増金や返礼がそれに相当する。これらは同胞に対する貸し手の徳の無さや強欲さを表すものである²⁶。

「リバ・アルナシアー」は信用貸しリバ（日割りや年利によるリバ）であり、時間の経過に応じて増加するリバである。すなわち、時間が貨幣との交換の対象となるものである。「リバ・アルナシアー」はジャーヒリーヤをさらに分節

化したものであり、交換の時期を引き延ばすことにより生じる利得である²⁷。「リバ・アルナシアー」では、ハナフィ（金と銀）など多くの取引において、交換による利得の有無にかかわらず、一方の目的物の引渡を繰り延べる取引（時間の不均衡）そのものが認められない²⁸。

「リバ・アルファディ」は余剰のリバであり、同種で同量（分量・重量で測定可能なもの）である2つのものが、交換の結果、一方が増量されたことで生じる増加分を指す。これは純増とみなされ、「リバ・アルファディ」の禁止はスナ（預言者の言行）から導かれている。そこでは、金・銀・小麦・大麦・塩・ナツメヤシの6品目が対象となっている²⁹。「リバ・アルファディ」では、交換は同時に行われ、ハナフィー（小麦と小麦）・シャフィイー（乾燥ナツメヤシの実と乾燥ナツメヤシの実）・ハンバリー（米と米）・マーリキー（通貨のディナールとディナール）のような物を交換の目的物とする場合、数量上の不均衡は認められない³⁰。

イスラムでは、経済活動を許容される行為である「ハラル」と禁止される行為である「ハラム」に区分している。そして、合法的で公正な経済的販売（交換）である「バイ」が「ハラル」とされ、不公正で非経済的活動である「リバ」が「ハラム」であるとされている³¹。

イスラムでは、シャリアに従って正当に得た財を私的権利として投資及び消費することは認められている。しかしながら、貨幣は価値保存の手段以上の存在ではなく、貨幣を実物資産である商品とみなさないとの原則がある。いいかえると、貨幣は商業活動や生産活動などの実物経済に投下されなければ価値を創出することはないと捉えられている。このため、貸金業は成立せず、リスク負担や役務を伴わないで資産を増殖させる行為であるリバは不当利得とみなされて禁止されている。資金を実物経済に投資することを推奨するとの観点から、貯蓄に対してはザカットと呼ばれるイスラム税が課されている³²。

利子の禁止の根拠を①公平性、②所有権、③不労所得、④等価交換の観点から考えることができる³³。①公平性の観点において、キャラバン貿易を行って

利益を上げたとき、資金提供者と貿易従事者の双方が利益を分配し、損失が発生した場合も双方が負担するため公平である。この公平性がイスラムで重視する公正を実現するとされる。これに対して、貸与によってリバを得る場合、通常は元金が保証されるため、事業が失敗した場合、事業者のみが損失の負担を負い、出資者はリスクを回避することになり、不公平であり、したがって、イスラムで重視する公正とはいえない。

②の所有権の観点において、イスラムでは、世界を創造した神が元来すべてを所有しており、人間がそれを所有物にできるのは、それを使うためである。したがって、自分の資産を投資することは財を用いることであり、イスラムでは許されるが、自分では使わずに他人に貸与して利子を得ることは財を所有する根拠に反すると考えられる。

③の不労所得の観点において、資本を投資する場合は自分で働いたことになるので、資本が成長する（利益分が元本に加わって増える）ことはイスラムで認められるが、利子を取る場合、自分の働きなしに資本に増加分を足す（これは元本の増殖とはみなされない）ことになり、不労所得となる。

④の等価交換の観点において、商品や労働の場合、納得し合意されているかぎり等価交換であるが、金銭の場合、個人の判断が入る余地がないため、等価交換とはいえない。

金融取引において、貸付を行う場合、利子は事前に固定されており、貸し手は何ら損失を被るリスクがないため、イスラムでは認められない。貸付における利子と取引における利益を比較した場合、第1に、利子はローンにおいて借り手が貸し手に対して支払う元金に対するプレミアムである。これに対して、利益は生産物の価値と生産物の原価との差額である。第2に、利子は事前に固定されているため、ローンの双方にとって利子の金額に変動はない。これに対して、利益は過去の結果であり、その金額はその活動が行われるまで不明である。第3に、利子はマイナスになることはなく、利子はゼロまたはプラスである。これに対して、利益はプラスであることもあれば、ゼロまたはマイナス（損失）

のこともある。結果として、シャリアの観点からすると、利子はハラム（禁止された行為）であり、利益（または損失）は取引に基づいて発生したのであれば、ハラル（認められた行為）である³⁴。

3. イスラム金融の歴史

イスラム金融は1950年代後半にパキスタンでイスラム金融の実験が行われたことに始まる。パキスタンにおいて西パキスタン農業協同組合（Rural Co-operative West Pakistan）が設立された。この理由は1947年にインドから独立したパキスタンによるイスラムの独自性を示すためのイスラム回帰が原因であると考えられる。イスラム教徒の地主が提供した資金を基に、無利息で資金を集め、貧しい農民に無利子で農業開発のための資金を融資する金融が試みられた。しかしながら、預金者が日常的に共同組合の投資方針に関与するようになった結果、本来の業務遂行が不可能になり、資金の需給がつかず、自立的な経営ができなくなったため、閉鎖されることになった³⁵。

1963年のエジプトにおいて、本格的なイスラム銀行であるミトガムル・エジプト貯蓄銀行（MitGhamr Egypt Saving Bank）が誕生した。ミトガムル貯蓄銀行は主として農民から無利息預金を受け、一方で、1年後に無利子融資を行い、農民の住宅建築や修理などに利用された。ミトガムル貯蓄銀行は利子に代わる収入源として手数料の徴収を行ったが、銀行経営を存続させるほどの収入ではなく、1967年に閉鎖された。しかし、サダト大統領の時代になり、ミトガムル貯蓄銀行を継承する形で、1971年にナセル・ソーシャル銀行（Nasser Social Bank）が設立された。ナセル・ソーシャル銀行はザカットの受入機関となり、無利息預金（政府の金利補助）、無利子貸付、直接投資（タクシー運転手に対する営業用自動車の貸与など）を行った³⁶。

1970年代はアラブのナショナリズムの台頭などにより湾岸諸国を中心として多くのイスラム銀行が出現している。1975年のドバイ・イスラム銀行（アラブ首長国連邦）、1977年のファイサル・イスラム銀行（エジプト）やクウェー

ト金融会社、1978年のバーレン・イスラム銀行などがあげられる。こうしたイスラム銀行の設立を契機として、銀行家・実業家・イスラム法学者との連携が行われ、イスラム金融の理論的枠組みの整理や政府による法的枠組みの整備など、その後のイスラム金融発展の基礎が築かれた時期が1970年代である（イスラム金融検討会 [2008]、27-28頁）。1975年にサウジアラビアで設立されたイスラム開発銀行（Islamic Development Bank, IDB）は、メンバーであるイスラム諸国の経済的・社会的発展を促進するために設立された組織であり、メンバーに対してシャリヤに従いイスラム銀行業務を行っている。

1980年代はイスラム金融の成長期と位置づけることができる。1980年に非イスラム諸国のルクセンブルグにおいて、イスラム国際投資銀行（International Islamic Bank of Investment）が設立されたのを契機として、アジアやアフリカにおいてもイスラム銀行が設立されるようになった³⁷。1980年代には、イスラム金融やイスラム法に関する調査研究機関が設立され、イスラム金融の成長を支える動きがみられるようになった。こうした動きに合わせて、イジャラ、イスティスナ、サラム、タカフルなどの新しいイスラム金融手法が登場した³⁸。また、アラブ首長国連邦やクウェートでは、イスラム投資会社が設立され、大きな成長を遂げることとなった。表3-1は1960年代から1980年代に設立されたイスラム銀行のリストである。

次に、1990年代には、イスラム金融の理論的枠組みは、それまでの実績や経験に基づき、実務的に利用可能な確立された金融手法としてその位置づけを固めていった。具体的には、貸出金に対する利息の受け払いは禁止する一方、投資事業から得られた利益の分配を容認するといった金融取引によって、法人向けの金融サービスが大きく発展していったのがこの時期である。1990年代には、スクーク、シャリヤ株式、ミューチャルフンド、プライベートエクイティ、プロジェクトファイナンス、投資信託、不動産ファンドなどの新しいイスラム金融商品が登場した³⁹。1991年にバーレーンにおいてイスラム金融機関会計監査機構（Accounting and Auditing Organization for Islamic

表 3-1 イスラム銀行 (1970 年代～1980 年代)

設立年	国名	銀行名	設立年	国名	銀行名
1963	エジプト	ミトル・ガムス貯蓄銀行	1981	バハマ	ダル・アルマール・イスラム会社
1971	エジプト	ナセル・ソーシャル銀行	1981	スイス	ダル・アルマール・イスラム会社
1974	フィリピン	フィリピン・アマンナ銀行	1981	イギリス	マスラフ・ファイザー・イスラム会社
1975	アラブ首長国連邦	ドバイ・イスラム銀行	1982	エジプト	イスラム国際不動産開発銀行
1976	南アフリカ	ファースト・ムスリム無利子事業会社	1982	スーダン	アル・バラカ銀行
1977	エジプト	ファイサル・イスラム銀行	1982	サウジ・アラビア	アル・バラカ投資開発会社
1977	クウェート	クウェート金融会社	1982	サウジ・アラビア	サウジ・フィリピン・イスラム開発銀行
1977	スーダン	ファイサル・イスラム・スーダン銀行	1982	キプロス	キプロス・イスラム銀行
1978	ヨルダン	ヨルダン・イスラム金融投資銀行	1983	バーレーン	バーレーン・イスラム投資会社
1978	サウジ・アラビア	アルパジ会社	1983	スーダン	タダモン・イスラム銀行
1979	バーレーン	バーレーン・イスラム銀行	1983	マレーシア	バンク・イスラム・マレーシア
1979	イラン	イラン・イスラム銀行	1984	バーレーン	アル・バカラ・イスラム投資銀行
1981	エジプト	イスラム国際投資開発銀行	1984	スーダン	西スーダン・イスラム銀行
1981	カタール	カタール・イスラム銀行	1984	チュニジア	ベイト・エタノエ・サウジ・チュニジア
1981	ヨルダン	イスラム投資会社	1984	トルコ	アルバカラ・トルコ金融会社

(資料) 田中壽雄 (1991) 「イスラム銀行の生成と諸問題」『経済経営論叢 (京都産業大学)』第 26 巻第 3 号 (12 月)、pp.80-98、谷正則 (1986) 「イスラム銀行の実態—実践的イスラム金融の運営」『海外事情』第 34 巻第 9 号 (9 月)、pp.30-31.

Financial Institutions, AAOIFI) が設立され、イスラム金融機関の会計と監査に関する基準を公表し、現在では 40 か国のイスラム金融機関をサポートしている (AAOIFI [2011])。1990 年代には、欧米の金融機関がイスラム金融に関心を持つようになり、1996 年にシティグループ、1998 年に香港上海銀行が

イスラム金融子会社を設立している。1990 年代において、イスラム金融の国際化への動きが始まったといえる⁴⁰。

2000 年代には、これまでわずかにみられたイスラム金融の国際化の動きや商品の多様化の流れが一挙に加速し、イスラム金融は国際化と多様化をキーワードとした拡大期に入った⁴¹。この時期のイスラム金融商品としては、商業銀行金融商品、タカフル、ミューチャルフアンド、投資信託、スクーク、シャリア株式、資産運用管理、プロジェクトファイナンスなど様々な商品が登場した。また、欧米などの非イスラム諸国において、住宅ローン分野のイスラム金融が普及し、2000 年代にイスラム金融は一気に拡大し、進化していった⁴²。

2001 年には、イスラム資本市場発展のため、イスラム諸国の中央銀行や金融庁及びサウジアラビアのイスラム開発銀行が中心となって、国際イスラム金融市場 (International Islamic Financial Market, IIFM) がバーレーンに設立された。国際イスラム金融市場は主として、イスラム資本市場におけるシャリアの合意 (Wilder Sharia Acceptance)、自己規制 (Self-Regulation)、フレームワークの統一化・標準化 (Uniformity and Standardization)、知識の共有 (Knowledge Sharing)、システム開発 (Systems Development) などの活動を行っている。

インドネシアでは、1955 年に初めてのシャリア銀行が国有銀行であるマンディリ銀行により設立され、その後、表 3-2 に示した通り、多くのシャリア銀行が設立されている。これはインドネシアにおいてイスラム法上の金融サービスを提供するシャリア銀行の法整備が進んでいるためである。1992 年に、イスラム系金融機関の設立を許可・承認する法律として、銀行法第 7 号 (Banking Act No.7 of 1992) が公表され、2008 年には、シャリア銀行法第 21 号 (Syariah Banking Act No.21 of 2008) により、イスラムに基づく銀行業務とその他の銀行業務が明確に区別されることとなった⁴³。

表 3-2 インドネシアのシャリア銀行

シャリア銀行名	設立年月日	主要株主
PT. BANK SYARIAH MANDIRI	1955/06/15	Bank Mandri (国有銀行 Persero)
PT. BANK ACEH SYARIAH	1957/09/07	Aceh Government
PT. BANK NTB SYARIAH	1964/07/05	West Nusa Tenggara Government
PT. BANK VICTORIA SYARIAH	1966/04/15	Bank Victoria Internasional
PT. BANK SYARIAH BRI	1969/04/03	Bank Rakyat Indonesia (国有銀行 Persero)
PT. BANK SYARIAH BUKOPIN	1971/12/24	Bank Bukopin
PT. BANK PANIN DUBAI SYARIAH	1972/01/08	Bank Panin
PT. BANK MEGA SYARIAH	1990/07/14	CT Corp
PT. BTPN SYARIAH TBK	1991/03/07	Bank BTPN
PT. BANK BCA SYARIAH	1991/05/21	Bank Central Asia
PT. BANK MUAMALAT INDONESIA	1991/11/01	Islamic Development Bank
PT. BANK NET INDONESIA SYARIAH	1994/09/14	NTI Global Indonesia
PT. BANK DANAMON SYARIAH	2002/05/14	Bank Danamon
PT. BANK MAYBANK SYARIAH IN- DONESIA	2002/05/20	Bank Maybank
PT. BANK RIAU KEPRI SYARIAH	2002/10/01	Bank Pembangunan Daerah Riau
PT. BPD RIAU UNIT USAHA SYARIAH	2004/01/29	Bank Riau Kepri
PT. BANK DKI SYARIAH	2004/03/08	Bank DKI
PT. BANK KALSEL SYARIAH	2004/08/13	Bank Kalsel
PT. BANK CIMB NIAGA SYARIAH	2004/09/27	Bank CIMB
PT. BANK PERMATA SYARIAH	2004/10/10	Bank Permata
PT. BANK SUMUT SYARIAH	2004/11/04	Bank Sumut
PT. BANK BTN SYARIAH	2005/02/14	Bank Tabungan Negara (国有銀行 Persero)
PT. BANK KALBAR SYARIAH	2005/12/12	Bank Kalbar
PT. BANK SUMSEL BABEL SYARIAH	2006/01/02	Bank Sumsel Babel
PT. BANK NEGARI SYARIAH	2006/09/28	Bank Nagari
PT. BANK KALTIMTARA SYARIAH	2006/12/27	Bank Kaltimtara
PT. BANK BPD DIY SYARIAH	2007/02/19	Bank BPD DIY
PT. BANK JATIM SYARIAH	2007/04/21	Bank Jatim
PT. BANK SULSELBAR SYARIAH	2007/04/28	Bank Sulselbar
PT. BANK JATENG SYARIAH	2008/04/26	Bank Jateng
PT. BANK OCBC NISP SYARIAH	2009/10/12	Bank OCBC
PT. BANK SINARMAS SYARIAH	2009/11/18	Bank Sinarmas
PT. BANK BJB SYARIAH	2010/01/15	Bank Jabar Banten
PT. BANK BNI SYARIAH	2010/06/19	Bank Negara Indonesia (国有銀行 Persero)
PT. BANK JAMBI SYARIAH	2011/12/28	Bank Jambi

(資料) <https://www.bi.go.id/en/statistik/sistem-pembayaran/kliring/contents/bank%20peserta%20kliring.aspx> により筆者が作成

マレーシアでは、1969 年にマレーシア巡礼基金 (Lembaga Tabung Haji: Pilgrimage Management and Fund Board) が設立された。マレーシア巡礼基金はイスラム教徒巡礼のための相互扶助組織であり、ムスリムの巡礼費用を預金するための金融機関である。ミトガムル・エジプト貯蓄銀行及びマレーシア巡礼基金は主として農民や低所得者を対象とした機関であり、歴史上はじめて登場したイスラム銀行とされている⁴⁴。

マレーシアにおけるイスラム銀行は 1980 年にブミプトラ経済会議がイスラム銀行の設立を政府に認めるように決議し、1981 年にマレーシア国立大学のセミナーにおいて、イスラム資本市場育成のためイスラム銀行設立の要請を行ったことから始まる。これらの要請を受け、政府は同年にイスラム銀行調査委員会を設置した。イスラム銀行調査委員会は以下のレポートを公表している⁴⁵。

- ①政府はシャリヤに従って事業を行うイスラム銀行を設立する。
- ②提案された銀行は 1965 年会社法による会社として設立する。
- ③1973 年銀行法はイスラム銀行には適用されない。イスラム銀行に対しては新しい法律を導入すべきであり、提案された法律の管理はマレーシア中央銀行が行う。
- ④イスラム銀行はシャリヤ委員会を設置し、シャリヤにしたがってイスラム銀行業務を保証する機能を果たす。

1983 年にイスラム銀行法 (Islamic Banking Act 1983) が制定され、マレーシア中央銀行がイスラム銀行を管理・規制することとなった。イスラム銀行法では、「イスラム銀行ビジネスはイスラム原理によって承認されていない要素を含んでいない目的や事業である」と定義されている⁴⁶。

また、財務大臣によってライセンスを与えられている会社のみが、マレーシアでイスラム銀行ビジネスを行うことができる⁴⁷。マレーシアでは、現在、表 3-3 に示したように、16 行のイスラム銀行がイスラム銀行ビジネスを行っている。

表 3-3 マレーシアのイスラム銀行

イスラム銀行名	設立年月日	外国資本銀行
バンク・イスラム・マレーシア (Bank Islam Malaysia Berhad)	1983/07/01	外国資本銀行
バンク・ムアマラット・マレーシア (Bank Muamalat Malaysia Berhad)	1999/10/01	
RHB イスラム銀行 (RHB Islamic Bank Berhad)	2005/03/16	
ホンレオン・イスラム銀行 (Hong Leong Islamic Bank Berhad)	2005/07/01	
クウェート・ファイナンスハウス・マレーシア (Kuwait Finance House Malaysia Berhad)	2005/08/08	
アフィン・イスラム銀行 (Affin Islamic Bank Berhad)	2006/04/01	
EONCAP イスラム銀行 (EONCAP Islamic Bank Berhad)	2006/04/01	
→Hong Leong Islamic Bank と合併消滅 2011/11/01		
アムイスラム銀行 (AmIslamic Bank Berhad)	2006/05/01	
→アムバンク・イスラム銀行 (AmBank Islamic Berhad) に名称変更 2015/05/18		
アルラジ銀行・投資会社 (Al. Rajhi Banking & Investment Corporation Malaysia Berhad)	2006/10/16	外国資本銀行
アジア・ファイナンス銀行 (Asian Finance Bank Berhad)	2007/01/19	
→MBSB 銀行 (MBSB Bank Berhad) に名称変更 2017/11/06		
CIMB イスラム銀行 (CIMB Islamic Bank Berhad)	2007/11/06	外国資本銀行
アライアンス・イスラム銀行 (Alliance Islamic Bank Berhad)	2008/04/01	
メイバンク・イスラム銀行 (Maybank Islamic Berhad)	2008/08/01	
HSBC アマナ・マレーシア (HSBC Amanah Malaysia Berhad)	2008/08/24	外国資本銀行
パブリック・イスラム銀行 (Public Islamic Bank Berhad)	2008/11/01	
スタンダード・チャータード・サディーク (Standard Chartered Saadiq Berhad)	2008/11/12	外国資本銀行
OCBC アルアミン銀行 (OCBC Al-Amin Bank Berhad)	2008/12/01	外国資本銀行

(資料) <https://www.bnm.gov.my/index.php?ch=li&cat=islamic&type=IB&lang=en>
により筆者が作成

4. イスラム金融の会計処理

(1) インドネシア・マレーシアのイスラム会計基準

インドネシアでは、インドネシア会計士協会 (Ikatan Akuntan Indonesia; IAI) が、シャリア会計フレームワークとのシャリア会計基準 (Pernyataan Standar Akuntansi Keuangan; PSAK) を公表している。シャリア会計フレー

ムワークとして、「シャリア財務諸表の作成及び表示に関するフレームワーク」(2006 年公表) があり、さらに、PSAK 59 号「シャリア銀行の会計」(2002 年公表)、PSAK 101 号「シャリア財務諸表の表示」(2007 年公表、2016 年改正)、PSAK 102 号「ムラバハの会計」(2007 年公表、2016 年改正)、PSAK 103 号「サラムの会計」(2007 年公表、2016 年改正)、PSAK 104 号「イスティスナの会計」(2007 年公表、2016 年改正)、PSAK 105 号「ムダラバの会計 (Akuntansi Mudharabah)」(2007 年公表)、PSAK 106 号「ムシャラカの会計 (Akuntansi Musyarakah)」(2007 年公表)、PSAK 107 号「イジャラの会計」(2009 年公表、2016 年改正)、PSAK 108 号「シャリア保険の会計」(2009 年公表、2016 年改正)、PSAK 109 号「ザカットの会計」(2010 年公表)、PSAK 110 号「スクークの会計」(2011 年公表) など、12 のシャリア会計基準が存在している⁴⁸。

表 4-1 インドネシアのシャリア会計基準等

PSAK	財務報告基準(Standar Akuntansi Keuangan)	公表年 (Tanggal Pengesahan)
FR Syariah	シャリア財務諸表の作成表示に関するフレームワーク (Kerangka Dasar Penyusunan dan Penyajian Laporan keuangan Syariah)	2006/06/27
PSAK59	シャリア銀行の会計 (Akuntansi Perbankan Syariah)	2002/05/01
PSAK101	シャリア財務諸表の表示 (Penyajian Laporan Keuangan Syariah)	2016/5/25
PSAK102	ムラバハの会計 (Akuntansi Murabahah)	2016/05/25
PSAK103	サラムの会計 (Akuntansi Salam)	2016/05/25
PSAK104	イスティスナの会計 (Akuntansi Istishna')	2016/05/25
PSAK105	ムダラバの会計 (Akuntansi Mudharabah)	2007/06/27
PSAK106	ムシャラカの会計 (Akuntansi Musyarakah)	2007/06/27
PSAK107	イジャラの会計 (Akuntansi Ijarah)	2016/05/25
PSAK108	シャリア保険の会計 (Akuntansi Transaksi Asuransi Syariah)	2016/5/25
PSAK109	ザカットの会計 (Akuntansi Zakat dan Infak/Sedekah)	2010/04/06
PSAK110	スクークの会計 (Akuntansi Sukuk)	2011/10/26
Bultek5	ムラバハの関連する収益及び費用 (Pendapatan dan Biaya Terkait Murabahah)	2015/02/24

(資料)IAI (2017) Standar Akuntansi Keuangan Syariah Efektif Per 1 Januari 2017, IAI, PWC (2018) IFRS and Indonesian GAAP (IFAS) Similarities and Differences, PWC.

表 4-2 マレーシアのイスラム会計基準等

基準番号	イスラム会計基準	公表年月日	基準変更等
MASB i-1	イスラム金融機関の財務諸表の表示 (Presentation of Financial Statements of Islamic Financial Institutions)	2001/12/12	FRS i-1 に変更
FRS i-1	イスラム金融機関の財務諸表の表示 (Presentation of Financial Statements of Islamic Financial Institutions)	2004/12/29	TRi- 3 に変更
Technical Release (TR) i- 1	ザカットの会計 (Accounting for Zakat on Business)	2006/04/10	
Technical Release (TR) i- 2	イジャラ (Ijarah)	2006/04/10	削除 (Withdrawn)
Technical Release (TR) i- 3	イスラム金融機関の財務諸表の表示 (Presentation of Financial Statements of Islamic Financial Institutions)	2009/09/15	アーカイブ (Archived)
Statement of Principles (SOP) i-1	イスラムの観点からの財務報告 (Financial Reporting from an Islamic Perspective)	2009/09/15	
Technical Release (TR) i- 4	シャリヤ・コンプライアンスの売上契約 (Shariah Compliant Sale Contracts)	2010/07/15	アーカイブ (Archived)
MASB Discussion Paper (DP) i-1	タカフル (Takaful)	2011/12/16	
MASB Discussion Paper (DP) i-2	スクーク (Sukuk)	2011/12/16	
MASB Discussion Paper (DP) i-3	シャリヤ・コンプライアンスの利益分配契約 (Shariah Compliant Profit-sharing Contracts)	2011/12/16	
Feedback Statement	DPi-1・i-2・i-3 のフィードバック (Feedback Statement on MASB Discussion Papers DP i-1 Takaful, DP i-2 Sukuk and DP i-3 Shariah Compliant Profit-sharing Contracts)	2012/01/01	
Research Paper	ワカフ (Waqf)	2014/10/17	
Article 1	イスラム金融の用語 Part 1 (A Word about Islamic Finance : Part I)	2012/11/20	
Article 2	イスラム金融の用語 Part 2 (A Word about Islamic Finance : Part II)	2012/11/20	
Report on the Review	シャリヤ政策のレビューレポート (Report on the Review of Shariah Policy Documents)	2017/06/05	
Bulletin 1	タカフルのための保険契約 (MFRS 17 Insurance Contracts: Definition and Scope for Takaful)	2020/09/02	
Bulletin 2	タカフル企業の財務諸表の表示 (Columnar Presentation of Takaful Funds in Takaful Entity Financial Statements)	2020/09/02	

(資料) <http://www.masb.org.my/pages.php?id=89>, <http://www.masb.org.my/pages.php?id=206> 他により筆者が作成。

マレーシアでは、マレーシア会計基準審議会のワーキンググループ (WG36) が中心となってイスラム会計基準を検討しており、2001年12月には、MA S B i-1 (現在はTR No.i-3) 「イスラム金融機関の財務諸表の表示」を公表し、2006年4月にTR i-1「ザカットの会計」及びTR No.i-2「イジャラ」を公表している。また、2009年9月にTR i-3「イスラム金融機関の財務諸表の表示」及びSOP i-1「イスラムの観点からの財務報告」を公表し、2010年7月にTR i-4「シャリア準拠の売上契約」を公表している。2011年以降は、表4-2の通り、ディスカッションペーパー、フィードバック、リサーチペーパー、ブレティンなどを中心に公表されている。

(2) イスラム金融取引とは

イスラム金融取引をシャリアによって認められた契約の形態によって区分すると、イスラム取引契約、イスラムパートナーシップ契約、イスラムサポート契約に区分することができる。イスラム取引契約のイスラム金融は、リバを回避した商品取引型の契約であり、「ムラバハ」「タウリヤ」「ワディア」「サラム」「イスティスナ」「バイビサマンアジル」「イナ」がある。イスラムパートナーシップ契約のイスラム金融は、不明瞭な取引（ガラル）を排除した損益分配型の契約であり、「ムシャラカ」「ムダラバ」がある。イスラムサポート契約は、相互扶助型の契約であり、「ラヌ」「カファラ」「クアルドハッサン」がある。また、イスラム金融では、これらの基本スキームを応用したイスラム債券である「スクーク」がある⁴⁹。

本章では、多くイスラム金融で利用されているイスラム取引契約（ムラバハ、イジャラ、イスティスナ）、イスラムパートナーシップ契約（ムシャラカ、ムダラバ）について検討していく。

表 4-3 インドネシア・マレーシアにおけるイスラム金融取引

イスラム金融取引	契約種類	契約内容・契約関係
ムダラバ (Mudaraba) (Mudharabah)	配当契約 (Participation Contract)	信託金融 (Trust Finance)、利益分配投資 (Profit Sharing Investment) (A) 銀行 (Bank/Rab al Mal)、顧客 (Customer/Mudarib)、プロジェクト (Project)、利益 (Profits) (B) 資本家 (Investor/Provider of Capital)、経営者 (Investment Manager/Entrepreneur)、投資 (Investment/Venture) (C) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、利益 (Profit from the Investment)、損失 (Loss from the Investment)
ムシャラカ (Musharaka) (Musyarakah)	配当契約 (Participation Contract)	共同出資金融 (Partnership Finance)、損益分担 (Profit and Loss Sharing)、ディミッシングムシャラカ (Diminishing Musharakah) (A) 銀行 (Bank/Partner)、顧客 (Customer/Partner)、プロジェクト (Project)、利益・損失 (Profits or Loss) (B) パートナー 1 (Partner 1)、パートナー 2 (Partner 2)、ジョイントベンチャー (Joint Venture/Project) (C) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、ベンチャー (Business Venture)、利益 (Profit from the Business Venture)、損失 (Loss from the Business Venture)
ムラバハ (Murabaha) (Murabahah)	売買契約 (Trading Contract)	コストプラス金融 (Cost-Plus Financing) (A) 銀行 (Bank)、顧客 (Client)、売手 (Seller)、全体合意 (Overall Agreement)、代理人合意 (Agency Agreement) (B) 銀行 (Bank/Financier)、買手 (Buyer/Customer)、売手 (Seller/Supplier) (C) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、売手 (Seller)
イジャラ (Ijarah) (AITAB)	売買契約 (Trading Contract)	リース金融 (Leasing Finance)、所有権移転リース (Al-Ujarah Thumma Al-Bai)、資産バック (Asset-Backed Securitizers) (A) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、売手 (Seller)、覚書 (Memorandum of Understanding)、資産購入 (Asset Purchase)、リース契約 (Ijarah Contract)、売上契約 (Sale Contract) (B) 貸主 (Lessor/Financier)、借主 (Lessee/Customer)、売主 (Supplier/Seller of Asset) (C) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、売手 (Seller)
バイサラム (Bai Salam)	売買契約 (Trading Contract)	先物契約 (Forward Sale)、延期納入 (Purchase with Deferred Delivery)、オーダー売上 (Sale by Order)

(Salam) (Bai Al-Salam)		(A) 銀行 (Bank)、買手 (Salam Purchase)、売手 (Salam Seller)、サラム契約 (Salam Contract)、パラレルサラム契約 (Parallel Salam Contract) (B) 銀行 (Financier)、売手 (Seller) (C) 銀行 (Bank)、農民 (Farmer)、商人 (Merchant) (E) 銀行 (Bank)、農民 (Farmer)、小売業者 (Retail Market)、卸売業者 (Mango Wolesaler)
イスティスナ (Istisna) (Istisna's) (Istisna')	売買契約 (Trading Contract)	商品注文契約 (Sale by Order)、資産バック (Asset-Backed Securitizers) (A) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、製造業者 (Manufacturer) イスティスナ契約、(Istisna'a Contract)、パラレルイスティスナ契約 (Paraller Istisna'a Contract) (B) 銀行 (Financier)、顧客 (Customer)、製造業者 (Manufacturer) (C) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、建設業者 (Seller/Construction) (E) 最終売手 (Al-Sani'/The Ultimate Seller)、最終買手 (Al-Mustasni'/The Ultimate Buyer)
バイビサマンアジル (Bai Bithaman Ajil) (BBA) (Al-Bai-Bithaman Ajil)	売買契約 (Trading Contract)	割賦商品売買 (Bai/Sale Bithaman/Price Ajil/Deferment)、延払販売 (Sale with Deferred Payment) (C) 住宅金融 BBA (House Finance BBA) : 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、住宅開発業者 (Housing Developer) (C) 資産リファイナンス BBA (Asset Refinancing BBA) : 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、資産 (Asset) (C) メッカ巡礼 BBA (BBA Umrah Finance) : 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、旅行代理店 (Travel Agent) (C) キャッシュライン BBA (CashLine Financing BBA) : 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、資産 (Asset) (E) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、資産所有者 (Owner of Asset) (E) 銀行 (Bank)、売手 (Al-Muslam Iileihi/The Seller)、買手 (Al-Muslam/Purchaser)
タワラク (Tawarruq)	売買契約 (Trading Contract)	クレジットカード金融 (Buy on Credit Card Sell at Spot Value) (A) 銀行 (Bank)、顧客 (Cliaint)、仲介業者 1 (Broker 1)、仲介業者 2 (Broker 2) (G) 銀行 (Bank Islam)、顧客 (The Company)、銀行 (Meezan Bank)、仲介業者 (Ashraf)
バイイナ (Bai Inah)	売買契約 (Trading Contract)	商品買い戻し契約 (Sale and Buy-Back Transaction) (C) 銀行 (Bank)、顧客 (Customer)、資産 (Asset)
バイワディア	売 買 契 約	預託・保護預かり契約 (Safekeeping)

インドネシア・マレーシアにおけるイスラム会計

(Bai Wadhiah)	(Trading Contract)	(F) 信託人 (Wadiah Yad al Amanah/Safekeeping with Trust)、保証人 (Wadiah Yad al Dhamanah/Safekeeping with Guarantee)、資産 (Asset)
ワカラ (Wakalah)	手数料契約 (Fee-Based Service)	代理人契約 (Agency) (F) 依頼人 (Muwakkil/one Party)、代理人 (Wakil/Another)、手数料 (Agency Fee)
ジュアラ (Ju'alah) (Jo'ala)	手数料契約 (Fee-Based Service)	サービス手数料 (Offering a Service for Pre-determined Fee Commission) (D) 銀行 (Islamic Bank)、顧客 (Customer)、労働者 (Worker)、ジュアラ契約 (Ju'alah Contract)
ラーヌ (Rahnu)	サポート契約 (Supporting Contract)	抵当契約 (Mortgages)
カファラ (Kafalah)	サポート契約 (Supporting Contract)	保証契約 (guarantee)
カルドハッサン (Qardh Hassan)	サポート契約 (Supporting Contract)	寄付契約 (Benevolent Loan)
ヒバ (Hibah)	サポート契約 (Supporting Contract)	贈与契約 (Gift)

(参考資料)

- (A) Moore,E.J.(2009)The International Handbook of Islamic Banking and Finance, GPP, pp.33-58.
- (B) Alrifai, Tariq (2015)Islamic Finance and the New Financial System, Wiley, pp.124-133.
- (C) Khir,K. Gupta,L. and Shanmugam,B.(2008)Longman and Islamic Banking: A Practical Perspective, Pearson, p.58, p.81 & pp.107-195.
- (D) Ayub,M. (2007)Understanding Islamic Finance,Wiley pp.353-355.
- (E) Rosly,S.A. (2005)Critical Issues on Islamic Banking and Financial Markets, Dinamas, pp.77-144.
- (F) Kuresh,H. and Hayat,M. (2015)Contracts and Deals in Islamic Finance, Wiley, pp.18-138.
- (G) Hasan,Z. (2014)Islamic Banking and Finance An Integrative Approach, Oxford University Press.pp.148-149.
- Hassan,M.K., Kayeed,R.N. and Oseni,U,A.(2013)Introduction to Islamic Banking and Finance Principles and Practice, Pearson, p.118.
- Iqbal, Zamir and Mirakhor, Abbas(2007)An Introduction to Islamic Finance: Theory and Practice, John Wiley & Sons, p.128.

(3) ムラバハの仕組みと会計

ムラバハは商品取引型のイスラム金融であり、イスラム銀行が商品・原材料等を購入した後、第三者（資金を持たない事業家）に商品を売却する金融取引である。イスラム銀行と事業家はマージンの合意を行い、商品・原材料等の原価にその金額を上乗せする。支払は事業家が最終製品を完成させるまで、あるいは、商品を市場で売却するまで延期される⁵⁰。「ムラバハでは、取引約定時に購入対象物が特定されているため、実体を伴う取引となり、シャリア適格のイスラム金融とされる」⁵¹。

資産転売契約によるファイナンスを伴ったムラバハの取引構造は以下の通りである⁵²。まず、顧客は売り手に接触し、売り手は顧客が購入しようと考えている資産を認識する。その後、顧客は売り手に価格見積書及びその他の関連書類の提供を要求する。売り手は顧客の要望に応じて価格見積書・小冊子・期間と条件・その他の関連書類を提供する。顧客はイスラム銀行に接触し、ムラバハを利用したイスラム金融の書類を受け取る。顧客はイスラム銀行からマークアップ価格（マージンを上乗せした価格で資産を購入する契約を行う。イスラム銀行は顧客を代理人として任命し、資産を売り手から直接購入する権利を顧客に認める。イスラム銀行と顧客の間で仲介契約が締結される。売り手は同意した期間と条件で、顧客（イスラム銀行の代理人）に対して資産を 800 で引き渡した。その間、イスラム銀行は顧客が所有権を取得する過程を管理する。

顧客は配達証拠書類・送り状・その他の関連書類を売り手（資産の供給者）への支払いを行うためイスラム銀行に送付する。その後、イスラム銀行は売り手（ベンダー）に対して購入価格の支払を行う。

イスラム銀行は顧客に同意した売却価格（購入価格 RM800＋マークアップ利益 200）で資産を売却する。ムラバハ契約における資産の所有権及びリスクは顧客に移転する。顧客はイスラム銀行に対してムラバハ契約で同意した売却価格 1,000 を返済する。

バイビサマンアジルはマレーシア及びその他の東南アジア諸国において利用

されているイスラム金融である。バイビサマンアジルは商品売買であるムラバハの変形であり、基本的には割賦返済を伴った売上契約である。バイビサマンアジルとムラバハの差異は、クレジット期間であり、バイビサマンアジルの方が長くなっている。バイビサマンアジルでは、イスラム銀行が資産を購入後、イスラム銀行と事業家で合意したムラバハより高い価格でイスラム銀行から事業家に対して売却される。バイビサマンアジルはローンではなく、支払の繰延を伴った売買契約であり、利子は発生せず、銀行は手数料を受け取る契約である⁵³。

バイビサマンアジルの特徴は、繰延支払による売買契約であり、イスラム銀行と顧客の間で同意したプロフィット・マージンを含んだ売却価格で取引される契約である。その利益は購入または売却で生じたものであり、シャリアに適合している。バイビサマンアジルの融資対象は、①不動産ファイナンス（住宅、ショップハウス、土地、アパートメント、コンドミニウム、工場）②自動車ファイナンス③消費者ファイナンス（コンピュータ、巡礼パッケージ、教育）④運転資本ファイナンスなどである。また、バイビサマンアジルの対象者は個人及び協会などである。バイビサマンアジルに必要な法的文書は申込通知書・財産売却合意書・財産購入合意書・弁護士費用などである⁵⁴。

バイビサマンアジルのマージンはイスラム銀行によって異なっており、一般に、売却価値・購入価値の100%、または資産の現在価値であり、顧客の返済能力によってイスラム銀行のマージンは変動している。バイビサマンアジルによる住宅ファイナンスの場合、融資対象の住宅はイスラム銀行の担保として利用されている。バイビサマンアジルによる顧客のベネフィットは、①購入財産のコストが購入時に決定②購入財産の追加費用がない③取引が透明である④不確実な要素がない⑤融資の終了が顧客からはっきりと認識できる⑥延滞や未払いのペナルティ費用がない⑦返済額が利子率の変動に影響されない⑧よりよいファイナンス・プランを認めているなどである⁵⁵。

バイビサマンアジの購入価格はファイナンス・マージンのためのイスラム銀

行の方針に基づいた金額（タカフル費用・法定手数料を含む）であり、イスラム銀行の売却価格はファイナンスで提供された価格にプロフィットマージンと支払猶予期間のプロフィットマージンを加えたものである。支払方法は割賦払いであり、ファイナンス期間は多くの場合、長期間にわたっている。また、イスラム銀行は建設中の財産に対して、支払猶予の利益を賦課している。これはイスラム銀行が建設の延期が生じた場合の損失を避けるためである⁵⁶。

以下では、バイビサマンアジルを利用した様々な融資の取引構造を検討する。第1の取引はバイビサマンアジルを利用した住宅ファイナンスである。住宅ファイナンスにおける取引の流れは、①顧客は購入する住宅を認識する。②顧客は住宅開発業者から住宅を購入する。③イスラム銀行は利益を上乗せして住宅を顧客に売却する。④顧客はイスラム銀行に住宅代金を分割して返済するなどである⁵⁷。

第2の取引はバイビサマンアジルを利用した運転資本ファイナンスである。運転資本ファイナンスにおける取引の流れは、①イスラム銀行は顧客が所有している資産（住宅、ショップハウス、土地、自動車、ハラル株式など）を購入する。②その後、ただちにイスラム銀行は利益を上乗せして顧客に資産を売却する契約を行う。③イスラム銀行は顧客の運転資本を融資するため購入代金を支払う。④顧客はイスラム銀行に運転資本を分割して返済するなどである⁵⁸。

第3の取引はバイビサマンアジルを利用した巡礼資金ファイナンスである。巡礼資金ファイナンスにおける取引の流れは、①顧客はメッカ巡礼のための旅行パッケージ（Umrah package）を認識する。②イスラム銀行は顧客と巡礼資金融資を締結する。③イスラム銀行は旅行代理店にパッケージの代金を支払う。④旅行代理店はパッケージの所有権をイスラム銀行に移転する。⑤イスラム銀行は利益を上乗せしてパッケージを顧客に売却する。⑥顧客はパッケージの代金を分割返済するなどである。

次に、上述の住宅ファイナンスの事例を考察する。バイビサマンアジルによる住宅ファイナンスでは、顧客は売り手（住宅開発業者）に接触し、売り手は

表 4-4 ムラバハの仕訳処理

番号	借方 (Dr)	貸方 (Cr)
1	サブライヤーへの分割頭金支払い時 (売り手はサブライヤーから購入)	
	サブライヤーへの前払金 Uang muka Kepada Supplier XXX	現金 Kas XXX
2	ムラバハ商品取得時	
	ムラバハ資産 Persediaan/aktiva murabahah XXX	現金 Kas XXX
3	前払商品がキャンセルされた場合の返金	
	現金 Kas XXX	サブライヤーへの前払金 Uang muka kepada supplier XXX
	その他営業費 Beban operasional lain XXX	
4	陳腐化、損傷、またはその他の条件により資産価値が下落した場合	
	ムラバハ資産の減損損失 Kerugian penurunan nilai aktiva murabahah XXX	ムラバハ資産 persediaan/aktiva murabahah XXX
5	棚卸資産の公正価値がコストを超えて増加した場合、利益は実現した場合にのみ認識	
	仕訳なし Tidak ada jurnal	
6	注文のないムラバハまたは拘束力のない注文のあるムラバハの場合、取得価格の下で棚卸資産の公正価値が減少	
	ムラバハ資産の減損損失 Beban penurunan nilai aktiva murabahah XXX	Selisih penilaian persediaan aktiva murabahah XXX
7a	ムラバハ資産の売上金の受け取り (a) 現金での受け取り	
	現金 Kas XXX	ムラバハマージン収入 Pendapatan Margin Murabahah XXX
		ムラバハ資産 Persediaan/aktiva murabahah XXX
7b	ムラバハ資産の売上金の受け取り (b) 分割払いでの受け取り	
	ムラバハ売掛金 Piutang murabahah XXX	繰延ムラバハマージン収入 Margin murabahah tangguhan XXX
		ムラバハ資産 Persediaan/aktiva murabahah XXX
8a	バイヤーからの前受金	
	現金 Kas XXX	バイヤーからの前受金 Titipan uang muka pembeli(urban) XXX
8b	注文のキャンセル (キャンセルコストが前受金より少ない場合)	
	バイヤーからの前受金 Titipan uang muka pembeli(urban) XXX	キャンセルコスト Beban/kerugian XXX

	現金	Kas	XXX
8c	注文のキャンセル（キャンセルコストが前受金より多い場合）		
	バイヤーからの前受収益	Titipan uang muka pembeli (urbun)	XXX
	バイヤーに対する売掛金	Piutang kepada pembeli	XXX
8d	ムラバハ売掛金の回収		
	バイヤーからの前受金	Titipan uang muka pembeli (urbun)	XXX
9	購入者から分割金を受け取ったとき		
	現金	Kas	XXX
	繰延ムラバハマージン	Margin murabahah tangguhan	XXX
10a	分割金が延滞の場合 (a) 収入の認識について		
	ムラバハ延滞債権	Piutang murabahah jatuh tempo	XXX
	繰延ムラバハマージン	Margin murabahah tangguhan	XXX
10b	延滞債権の受領時		
	現金	Kas	XXX
11a	早期返済の場合は、以下の2つの方法のいずれかで処理することができます。(a) 決済時に、銀行がムラバハ債権とムラバハ利益を減額した場合		
	繰延ムラバハマージン	Margin murabahah tangguhan	XXX
	現金	Kas	XXX
	繰延ムラバハマージン	Margin murabahah tangguhan	XXX
11b	決済後、銀行が最初に顧客からムラバハ債権を受け取った場合、銀行はムラバハの利益を減らしてムカサ（潜在的な初期返済の認識）を顧客に支払う		
	現金	Kas	XXX
	繰延ムラバハマージン	Margin murabahah tangguhan	XXX
	ムカサ損失	Beban muqasah	XXX
12	顧客が意図的に契約に違反した場合の罰金の受領		
	現金	Kas	XXX
	チャリティ勘定		Rekening dana kebajikan
			XXX

(出典) Rifqi Muhammad (2018) Akuntansi Keuangan Syariah: Konsep dan Implementasi PSAK Syariah, P3EI Press, pp.205-207.

顧客が購入しようと考えている住宅を認識する。その後、顧客は住宅デベロッパーとの間で売却購入契約（Sale & Purchase Agreement）を締結する。イスラム銀行は返済のための期間と内容を定めた顧客のための要件を決定する。その後、イスラム銀行は売り手（住宅開発業者）から購入価格で住宅を購入し、顧客との間で財産購入契約（Property Purchase Agreement）を締結する。

イスラム銀行は顧客に対して関連する住宅を売却し、顧客との間の同意価格（イスラム銀行の資産購入原価＋イスラム銀行の売上利益）での財産売却契約（Property Sale Agreement）に署名する。顧客はイスラム銀行に対して同意価格を返済期間にわたって分割した金額を返済する。

(4) イジャラの仕組みと会計

イジャラはリース契約の1つである。イジャラは売上契約であるが、有形固定資産の売却契約ではなく、特定期間における対象物の用益権を売却する契約である⁵⁹。イジャラでは、①申込みと承諾の形態②レッサー（リース資産の所有者、賃貸人）とレシー（リース資産のサービスを受ける者、賃借人）との関係③レシーに移転されたサービスとレンタル料、などの3つの要素を持っている⁶⁰。イジャラはイスラム銀行が顧客に代わって資産を購入し、顧客にリースすることによってイスラム銀行がリース料を受け取る契約である。シャリアでは、「モノの所有は、所有権と用益権の二つから成り立つと考えられており、イジャラは用益権を銀行から顧客に移転する契約である」（糠谷 [2007a]、57-58 頁）とされる。また、「リース期間終了後に所有権が顧客に移転するスキームもあり、それはリース後の購入という意味で、イジャラ・ワ・イクティナ取引と呼ばれる」⁶¹。

イジャラによるファイナンス実務の特徴は、リース契約であり、資産のベネフィットと利用が所有者（レッサー）によってレシーに対して移転され、同意した期間（リース期間）にわたって同意した金 生産財（機械、備品）、消費財、コンピュータ、自動車、その他資産などである。イジャラの口座対象者

は個人、協会、会社などであり、その法的文書はイジャラ請負書・イジャラ同意書などが存在する。イジャラのリース費用は変動または固定のいずれの場合あり、その支払方法は定額の分割基準である。イジャラのファイナンス期間は原則として7年までの期間であるが、イスラム銀行によって異なっている。イジャラの法定費用及びその他付随費用はレシーが負担している。また、レシーが同意した条件に違反した場合、LESSORはリース契約を終了する権利を持っている。レシーに違反がない場合、LESSORは相互の合意なしで契約を終了することはできない。さらに、実際の損失を埋め合わせるため、イスラム銀行は割賦金額の1%またはイスラム・マネー・マーケット・レートを賦課することができる。LESSORはレシーによって支払われたペナルティから利益を得ることはできない⁶²。

以下では、イジャラを利用した様々な融資の取引構造を検討する。第1の取引はイジャラを利用した住宅リースファイナンスである。住宅リースファイナンスにおける取引の流れは、①顧客はリース対象となる住宅を認識する。②顧客はイスラム銀行とイジャラによる融資契約を締結する。③イスラム銀行は売り手から住宅を購入し、所有権がイスラム銀行に移転する。④イスラム銀行は顧客に住宅をリースし、顧客はイスラム銀行に対してリース料を支払う。⑤リース期間が満了し、住宅が顧客からイスラム銀行に返却される。などである⁶³。

第2の取引はイジャラを利用した固定資産リースファイナンスである。固定資産リースファイナンスにおける取引の流れは、①イスラム銀行は売り手から固定資産を購入する。②イスラム銀行と顧客がイジャラの契約を結ぶ。③顧客は売り手から直接固定資産を受け取る。④顧客はリース期間中、イスラム銀行にリースの支払を行う。⑤リース期間終了後、所有権がイスラム銀行から顧客に移転する⁶⁴。

次に、上述の住宅ファイナンスの事例を考察する。イジャラによる住宅ファイナンスでは、顧客は売り手に接触し、売り手は顧客がリースしようと考えている住宅または資産を認識する。顧客は売り手に価格見積書及びその他の関連

書類の提供を要求する。売り手は顧客の要望に応じて価格見積書・小冊子・期間と条件・その他の関連書類を提供する。その後、顧客はイスラム銀行に接触し、イジャラを利用したイスラム金融の契約を行う。イスラム銀行が資産を購入後、顧客はイスラム銀行との間で合意した期間にわたって資産をリースする契約を締結する。イスラム銀行は顧客によって提供された詳細な書類に基づいた資産を売り手から購入し、購入価格で売り手に対して現金 8,000 で支払いを行う。

売り手は資産の所有権 (ownership) をイスラム銀行に移転する。売り手は顧客に対して合意した期間と条件で資産を引き渡す。売り手は顧客に引き渡した証拠書類をイスラム銀行に提出する。イスラム銀行は顧客 (レッサー) に対して資産をリースし、同意したレンタル基準に基づいて占有権 (possession) ・使用権 (right of specified use) を移転する。イスラム銀行はイジャラ契約を締結しており、その契約によって目的・利益・リース料・期間が決められている。

顧客はイスラム銀行に対して同意した支払計画と支払期間に基づいて同意したリース料 800 を支払う。その後、決算において、イスラム銀行はイジャラ資産の減価償却 1,000 を行う。最後に、イジャラ契約が満期になり、イジャラの対象である資産をイスラム銀行に返却する。

これに対して、所有権付イジャラを利用した住宅リースファイナンスの取引構造及び仕訳処理は以下の通りである (Khir [2008], pp.148-149)。まず、顧客は売り手に接触し、売り手は顧客が購入しようと考えている住宅または資産を認識する。顧客は売り手に価格見積書及びその他の関連書類の提供を要求する。売り手は顧客の要望に応じて価格見積書・小冊子・期間と条件・その他の関連書類を提供する。顧客はイスラム銀行に接触し、所有権付イジャラを利用したイスラム金融の契約を行う。イスラム銀行が資産を購入後、顧客はイスラム銀行との間でリースし、イスラム銀行と合意した期間が経過後、資産を買い戻す契約を締結する。つまり、所有権付イジャラは、顧客がイスラム銀行から

表 4-5 イジャラの仕訳処理

番号	借方 (Dr)	貸方 (Cr)
1	イジャラ資産の取得時 イジャラ資産 XXXX	Kas XXXX
2	イジャラ資産の減価償却時 減価償却費 Baban Penyusutan XXXX	イジャラ資産減価償却累計額 XXXX Akumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXXX
3	満期時の借手からのリース料の受領 現金 Kas XXXX	イジャラ収入 XXXX Pendapatan Ijarah XXXX
4	期日が到来したにもかかわらず、借手がリース料を支払っていない場合 イジャラ未収入金 Piutang Pendapatan Ijarah XXXX	イジャラ収入 XXXX Pendapatan Ijarah XXXX
5	イジャラ未収入金の支払いを受けたとき 現金 Kas XXXX	イジャラ未収入金 XXXX Piutang Pendapatan Ijarah XXXX
6	イジャラ資産の修理を行ったとき イジャラ資産修繕費 Beban Perbaikan Aktiva Ijarah XXXX	現金 XXXX Kas XXXX
7	リース期間中に受け取った分割払金の合計が、リース資産の品質低下により、リース資産の公正価値よりも大きいと認識されたため、超過受取リース料を返還した場合 超過受領リース料返還金 Beban Pengembalian Kelebihan Penerimaan Sewa XXXX	Kas/hutang Kepada Penyewa XXXX
8	所有権移転リース取引におけるリース資産の譲渡時 売却価額が帳簿価額よりも大きい場合 8(i) 売却価額が帳簿価額よりも大きい場合 イジャラ資産減価償却累計額 XXXX	イジャラ資産 XXXX aktiva Ijarah XXXX
8(ii)	リース期間が終了する前に、残りのリース分割払金と等しい販売価格で資産をを販売する場合 8(ii)(a) 売却価額が帳簿価額を上回る場合 現金 Kas XXXX	イジャラ資産 XXXX Aktiva Ijarah XXXX

	イジャラ資産減価却果 計額	Акumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXX	イジャラ資産売却益	Keuntungan Penjualan Aktiva Ijarah XXX
8(ii)(b)	売却価額が帳簿価額と等しい場合			
	現金 イジャラ資産減価却果 計額	Kas XXX Акumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXX	イジャラ資産	Aktiva Ijarah XXX
8(ii)(c)	売却価額が帳簿価額を下回る場合			
	現金 イジャラ資産減価却果 計額 イジャラ資産売却損	Kas XXX Акumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXX Keuntungan Penjualan Aktiva Ijarah XXX	イジャラ資産	Aktiva Ijarah XXX
8(iii)	すべてのリース受領書を受け取り、リース資産に残存価値がない場合に、リース資産を公正な価格で販売する			
	現金 イジャラ資産減価却果 計額 借手が購入を約束したがキャンセルし、リース資産の公正価値が貸手に請求される額よりも低い場合	Kas XXX Акumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXX	イジャラ資産売却益 イジャラ資産	Keuntungan Penjualan Aktiva Ijarah XXX Aktiva Ijarah XXX
8(iv)	借手が購入を約束したがキャンセルし、リース資産の公正価値が貸手に請求される額よりも低い場合	Piutang Kepada Penyewa XXX	イジャラ資産減価却果 計額	Акumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXX
8(v)	借手が購入を約束せず、購入しないことを決定し、リース資産の公正価値が帳簿価額よりも低い場合、帳簿価額の低下額は損失として認識する			
	イジャラ資産減価却果 計額	Beban Penyusutan Aktiva Ijarah XXX	イジャラ資産減価却果 計額	Акumulasi Penyusutan Aktiva Ijarah XXX

(出典) Rifqi Muhammad (2018) Akuntansi Keuangan Syariah; Konsep dan Implementasi PSAK Syariah, P3EI Press, pp.429-432.

購入を前提にリースする契約である。イスラム銀行は顧客によって提供された詳細な書類に基づいた資産を売り手から購入し、購入価格で売り手に対して現金 8,000 で支払いを行う。

売り手は資産の所有権をイスラム銀行に移転する。売り手は顧客に対して合意した期間と条件で資産を引き渡す。売り手は顧客に引き渡した証拠書類をイスラム銀行に提出する。イスラム銀行は顧客（レッサー）に対して資産をリースし、占有権（possession）・使用权（right of specified use）を移転する。イスラム銀行はイジャラ契約を締結しており、その契約によって目的・利益・リース料・期間が決められている。顧客はイスラム銀行に対して同意した支払計画と支払期間に基づいて同意したリース料 1,000 を支払う。その後、決算において、イスラム銀行は減価償却 800 を行う。

イジャラ契約が満期になり、イスラム銀行はイジャラ資産を売却するために顧客との間でアルバイ契約（al bai contract）に署名する。その後、贈与（gift）あるいは売約（sale）のいずれかのアルバイ契約に基づいて、イスラム銀行はイジャラ契約の終了時に資産の所有権（ownership）を顧客に移転する。マレーシアでは、最終の支払リース料を同意された売却価格として支払っている。

(5) イスティスナの仕組みと会計

イスティスナは買い手の要求に応じて資産の製造や建設がイスラム銀行を通じて行われる契約である⁶⁵。イスティスナは最終的な買い手であるアルムスタスニ（al-mustasni）と売り手であるアルサニ（al-sani）との間の売却契約である。イスティスナでは、アルムスタスニからの注文時に応じて、資産の製造が行われる。契約時に決定した価格でアルムスタスニに売却され、支払は割賦または繰延払いで行われる⁶⁶。

イスティスナの取引構造は以下の通りである⁶⁷。まず、顧客は売り手（住宅デベロッパー）に接触し、売り手は顧客が購入しようとしている住宅または資

表 4-6 イスティスナの仕訳処理

番号	借方 (Dr)	貸方 (Cr)
1	通常のイスティスナの会計ー売却時 (a) 契約前に費用を支払う場合 繰延イスティスナ費用 Beban istishna yang ditangguhka XXX 現金 Kas	XXX
2	契約が新たに更新されていない場合 契約前費用 Beban pra-akad XXX 繰延イスティスナ費用 Beban istishna yang ditangguhkan XXX	XXX
3	契約締結後にイスティスナ費用を支払う場合 イスティスナ資産 (契 約仮勘定) Aktiva istishna dalam penyelesaian XXX 現金 Kas	XXX
4	繰延イスティスナ費用 Beban istishna yang ditangguhkan XXX 購入者への回収時	
5	イスティスナ未収入金 Piutang istishna XXX イスティスナ終了分 Termin istishna	XXX
6	購入者からの未収入金の受領時 現金 Kas XXX イスティスナ未収入金 Pitang istishna	XXX
7	パーセンテージ法 (工事進行基準) を利用した期末利益の認識 イスティスナ費用 Beban pendapatan istishna XXX イスティシユナ利益 (決 済部分) Pendapatan istishna (sesuai porsi penyelesaian) XXX イスティスナ資産 (契 約仮勘定) Aktiva istishna dalam penyelesaian XXX	
8	パーセンテージ法 (工事進行基準) を利用した期末損失の認識 イスティスナ費用 Beban pendapatan Iistishna XXX イスティスナ資産 (契約 仮勘定) Aktiva istishna dalam penyelesaian XXX イスティスナ利益(決済部分) Pendapatan istishna (sesuai porsi penyelesaian) XXX	XXX
8	工事完成基準を利用した期末の損益認識 (この方法は契約期間の終了時にのみ istishna 利益を認識) 仕訳なし Tidak ada jurnal	

9	パーセンテージ法を使用した契約期間終了時の利益の認識			
	イスティスナ費用	Beban pendapatan istishna	XXXX	イスティスナ利益(決済部分) Pendapatan istishna (sesuai porsi penyelesaian) XXXX
	イスティスナ資産 (契約仮勘定)	Aktiva istishna dalam penyelesaian	XXXX	
10	パーセンテージ法を使用した契約期間終了時の損失の認識			
	イスティスナ損失 (イスティシユナの収入と費用の差に等しい)	Kerugian istishna (sebesar selisih antara pendapatan dan beban istishna)	XXXX	イスティスナ資産 (契約仮勘定) Aktiva istishna dalam penyelesaian XXXX
11	工事完成基準を利用した契約期間終了時の利益の認識			
	イスティスナ費用	Beban pendapatan istishna	XXXX	イスティスナ利益(決済部分) Pendapatan istishna XXXX
	イスティスナ資産 (契約仮勘定)	Aktiva istishna dalam penyelesaian	XXX	
12	工事完成基準を利用した契約期間終了時の損失の認識			
	イスティスナ損失 (イスティシユナの収入と費用の差に等しい)	Kerugian istishna (sebesar selisih antara pendapatan dan beban istishna)	XXXX	イスティスナ資産 (契約仮勘定) Aktiva istishna dalam penyelesaian XXXX
13	注文品が生産されたとき			
	イスティスナ利益(決済部分)	Persediaan istishna	XXXX	イスティスナ資産 (契約仮勘定) Aktiva istishna dalam penyelesaian XXXX
14	売り手が注文した商品を買い手に配達するとき			
	イスティスナ終了分	Termin istishna	XXX	イスティスナ利益(決済部分) Persediaan istishna XXXX
15(1)	買い手に割引を与える (1) 直接割引			
	イスティスナ利益(決済部分)	Pendapatan istishna	XXXX	イスティスナ未収入金 Piutang istishna XXXX
15(2)	払い戻しされた場合			
	割引費用 (ムカサ)	Beban potongan (muqasah)	XXXX	現金 (買い手が負債を支払った後に支払われる) Kas (dibayar setelah pembeli melunasi piutangnya) XXXX

(出典) Rifqi Muhammad (2018) Akuntansi Keuangan Syariah; Konsep dan Implementasi PSAK Syariah, P3EI Press, pp.277-278.

産を認識する。顧客は売り手に価格見積書及びその他の関連書類の提供を要求する。売り手は顧客の要望に応じて価格見積書・小冊子・期間と条件・その他の関連書類を提供する。その後、顧客はイスラム銀行に接触し、住宅購入金融のための必要となる文書の提供を求める。顧客は詳細な住宅設計書と引渡日を定めた書類をイスラム銀行に提出する。イスラム銀行は顧客のクレジット価値の審査を行い、価格条件・引渡日・設計書・支払計画・その他必要条件を決定したイスティスナ契約に署名し、建設業者とパラレル・イスティスナ契約を締結し、顧客との最初のイスティスナ契約に記載された設計書・価格・引渡日に基づいて建設業者に注文が行われる。建設業者は同意した期間と条件にしたがった同意書に署名し、建設業者は住宅を開発または建設し、イスラム銀行から建設の段階に応じて合意した期間の支払 3,000 を受ける。建設業者は住宅を建設し、完全な住宅を顧客に直接引渡を行う。顧客は同意した支払計画に基づいて、住宅の原価 3,000 及びイスラム銀行の利益 1,000 を上乗せした割賦金の支払 (400×10) をイスラム銀行に対して行う。

(6) ムシャラカの仕組みと会計

ムシャラカはイスラム銀行と顧客が共同で行うパートナーシップの一種である。ムシャラカでは、プロジェクトに対してイスラム銀行と顧客が同等または出資比率に応じて出資を行う契約である。その後、イスラム銀行と顧客はパーマネント基準又は逓減基準によって資本の所有者となり、利益の分配を受けることになる⁶⁸。ムシャラカの取引では、「出資額によるプロラタ（比例按分）方式での収益配分に加え、段階的な銀行の出資金の償還も行い、一定期間経過後には銀行の出資金がゼロとなり、当該事業のパートナーから脱退する低減型のスキーム」⁶⁹が存在する。

パートナーシップファイナンスによるムシャラカの取引構造は以下の通りである⁷⁰。まず、顧客はイスラム銀行に新しいプロジェクトについての詳細な事業計画・役割・責任・損益分配比率（profit and loss sharing percentage）

表 4-7 ムシヤラカカの仕訳処理

番号	借方 (Dr)	貸方 (Cr)
1	業務担当パートナーがムシヤラカカから現金を受け取ったとき	
	現金 Kas XXX	ムシヤラカ投資 Investasi Musyarakah XXX
2(a)	業務担当パートナーがムシヤラカカから非現金資産を受け取った場合 (a) 受け取った資産の公正価値が帳簿価値よりも低い場合	XXX
	非現金資産 (帳簿価値) Aktiva non kas (sebesar nilai buku) XXX	資産受取利益 Kerugian penerimaan aktiva Musyarakah (sebesar nilai buku) XXX
2(b)	受け取った資産の公正価値が帳簿価値よりも高い場合	
	非現金資産 (帳簿価値) Aktiva non kas (sebesar nilai buku) XXX	ムシヤラカ投資 (帳簿価値) Investasi Musyarakah (sebesar nilai buku) XXX
	資産受取損失 Keuntungan penerimaan aktiva XXX	
3(a)	ムシヤラカカ契約費用の認識 (a) 費用が発生した場合	
	ムシヤラカカ契約費用 Beban Akad Musyarakah XXX	現金 Kas XXX
3(b)	契約費用が費用として認識される場合	
	仕訳なし Tidak ada jurnal	
3(c)	契約費用が、合意に基づき、ムシヤラハ投資の一部として認識される場合	
	ムシヤラカカ契約費用 Beban Akad Musyarakah XXX	ムシヤラカ投資 Investasi Musyarakah XXX
4	ムシヤラカカ利益の支払い	
	ムシヤラカカ利益分配 Keuntungan Bagi Hasil Musyarakah XXX	現金 Kas XXX
5	ムシヤラカカの損失の認識	
	ムシヤラカカ投資 Investasi Musyarakah XXX	ムシヤラカ利益分配損益 Kerugian Bagi Hasil Musyarakah XXX
6	経営者の過失による損失の認識	
	ムシヤラカカ投資 Investasi Musyarakah XXX	パッシブパートナーへの Hutang kepada Mitra Pasif XXX
7	他のムシヤラカカパートナーに譲渡することによるムシヤラカ資本の減少/返済	
	ムシヤラカカ投資 Investasi Musyarakah XXX	現金 Kas XXX

8	公正価値の非現金ムシヤラカ資産が、取得原価よりも低い					
	ムシヤラカ投資	Investasi Musyarakah	XXX	ムシヤラカ資金調達決済 損益 (帳簿価額)	kerugian Musyarajah (sebesar nilai buku)	Pembiayaan XXX
				非現金資産 (公正価額)	Aktiva non kas (sebesar nilai wajar)	XXX
9	公正価値の非現金ムシヤラカ資産が、取得原価よりも高い					
	ムシヤラカ投資	Investasi Musyarakah	XXX	非現金資産 (帳簿価額)	Aktiva non kas (sebesar nilai buku)	XXX
	ムシヤラカ資金調達決済 損益 (帳簿価額)	Keuntungan Penyelesaian Pembiayaan Musyarajah (sebesar nilai buku)	XXX			
10	ムシヤラカ契約が満期前または満期時に終了し、ムシヤラカ投資がパッシブパートナーに支払われていない場合					
	ムシヤラカ投資	Investasi Musyarakah	XXX	パッシブパートナーへの 支払い	Hutang kepada Mitra Pasif	XXX

(出典) Rifqi Muhammad (2018) Akuntansi Keuangan Syariah; Konsep dan Implementasi PSAK Syariah, P3EI Press, pp.382-383.

を提出する。イスラム銀行は顧客によって提供された文書やその他の必要な情報に基づいて、必要不可欠な評価を行う。その後、継続的に再調査を行いながら、イスラム銀行と顧客はムダラバ契約に署名し、50%対50%の比率で資金提供を行い、プロジェクトを実行し、事業を管理し、契約において事前に同意した条件に従って責任を分配する。

ビジネス・ベンチャーにおいて利益が発生した場合、その利益は事前の契約で同意した内容に従って、イスラム銀行と顧客の間で分配される。上記の場合では、イスラム銀行と顧客の利益分配比率はそれぞれ40%と60%であり、プロジェクトから利益の分配が行われる。

ビジネス・ベンチャーにおいて損失が発生した場合、その損失は事前の契約で同意した内容に従って、イスラム銀行と顧客の間で分配される。上記の場合では、イスラム銀行と顧客の利益分配比率はそれぞれ50%と50%である。

(7) ムダラバの仕組みと会計

ムダラバ (Mudharabah; profit sharing) は資金提供者であるラブアルマル (rab al-mal) と事業家であるムダリブ (mudharib) の間で合意したパートナーシップ契約である。ムダラバでは、顧客がイスラム銀行に投資勘定を開設すると、イスラム銀行と顧客の間でムダラバ基準に基づいた契約関係が成立する。イスラム銀行は資金提供者としてムダラバ基準に基づいて資金の提供を行う⁷¹。

ムダラバでは、「事業家 (運用者) が資金を投資・運用することで利潤を上げ、それを配当として出資者に環流する契約である。出資者は、事業家によって投資が行われることを認識した上で自分の資金を提供する。そのため、出資者が事後に受け取るのは事業家による投資・運用の成果としての配当」⁷² である。

ムダラバによるパートナーシップファイナンスの取引構造は以下の通りである⁷³。まず、イスラム銀行の顧客はムダラバ契約に基づきシャリア・コンプラ

表 4-8 ムダラバの仕訳処理

番号	借方 (Dr)	貸方 (Cr)
1	銀行がムダラバに現金を支払ったとき ムダラバ貸出金	Pembiayaan Mudharabah XXXX 現金 Kas XXXX
2(a)	銀行が非現金資産をムダラバに譲渡する場合 (a) 譲渡された資産の公正価値が帳簿価額よりも低い場合 ムダラバ貸出金 (公正価値)	Pembiayaan Mudharabah (sebesar nilai wajar) XXXX 非現金資産 aktiva non-kas XXXX
2(b)	資産譲渡損失 譲渡された資産の公正価値が帳簿価額よりも高い場合 ムダラバ貸出金 (公正価値)	Kerugian penyerahan aktiva XXXX 資産譲渡利益 Keuntungan Penyelesaian aktiva XXXX
3(a)	非現金資産 (公正価値) ムダラバ費用の認識 (a) 契約費用が発生した場合	aktiva non-kas (sebesar nilai wajar) XXXX 現金 XXXX
3(b)	ムダラバ契約費用 ムダラバ契約費用が費用として認識される場合	Beban akad Mudharabah XXXX Kas XXXX
3(c)	仕訳なし 契約が資金調達として認識されている場合	Tidak ada jurnal
4	ムダラバ貸出金 ムダラバの過失なしに、損害またはその他の原因により、非現金資産の形でムダラバ融資の一部が開始前に失われた場合	Pembiayaan Mudharabah XXXX ムダラバ契約費用 Beban akad Mudharabah XXXX
5	ムダラバ資金損失 ムダラバの過失なしに、損傷またはその他の原因により、作業開始後にムダラバの資金調達の一部が失われた場合、契約が終了すると銀行の利益分配で補償される	Kerugian pembiayaan Murabahah XXXX ムダラバ貸出金 Pembiayaan Mudharabah XXXX
6	仕訳なし ムダラバ利益の受け取り	Tidak ada jurnal
7	現金 ムダラバの過失によるものではない損失の記録 ムダラバ資金調達損失	Kas XXXX ムダラバ利益分配収入 Pendapatan bagi hasil Mudharabah XXXX Kerugian bagi hasil Mudharabah XXXX ムダラバ貸出金 Pembiayaan Mudharabah XXXX

8	ムダリブの過失から生じる損失の記録			
	ムダラバ利益分配未収入金	Piutang bagi hasil Mudharabah XXX	ムダラバ貸出金	Pembiayaan Mudharabah XXX
9	契約期日または期日までのムダラバ融資の返済			
	現金	Kas XXX	ムダラバ貸出金	Pembiayaan Mudharabah XXX
10	公正価値の非現金ムダラバ資産が、取得原価よりも低い場合			
	非現金資産	Aktiva non-kas XXX	ムダラバ貸出金	Pembiayaan Mudharabah XXX
	ムダラバ資金調達損失	Kerugian penyelesaian pembiayaan Mudharabah XXX		
11	公正価値の非現金ムダラバ資産が、取得原価よりも高い場合			
	非現金資産	Aktiva non-kas XXX	ムダラバ資金調達利益	Keuntungan penyelesaian pembiayaan Mudharabah XXX
			ムダラバ貸出金	Pembiayaan Mudharabah XXX
12	ムダラバの契約が満期前に終了し、損失がムダリブの過失によるものではない場合、ムダラバの資金調達損失が発生する			
	ムダラバ資金調達損失	Kerugian bagi hasil Mudharabah XXX	ムダラバ貸出金	Pembiayaan Mudharabah XXX

(出典) Rifqi Muhammad (2018) Akuntansi Keuangan Syariah; Konsep dan Implementasi PSAK Syariah, P3EI Press, pp.334-336.

イアンスのプロジェクトを認識する。プロジェクトに対して、顧客は専門技術を提供し、イスラム銀行は資金を提供する。

プロジェクトにおいて、利益が発生した場合、ムダラバ契約に基づいて、イスラム銀行と顧客の間で事前に決められた比率（イスラム銀行 50%顧客 40%）で利益の分配が行われる。

プロジェクトにおいて、損失が発生した場合、資本提供者として、イスラム銀行はすべての損失を負担する。

5. おわりに

イスラム金融はシャリアによって認められた契約形態によって、イスラム取引契約やイスラムパートナーシップ契約などに区分することができる。特に、イスラム取引契約は実物資産を介在した取引であり、利子を禁止しているシャリアを背景として形成された取引であり、これまで考察したムラバハ、バイビサマンアジル、イジャラ、イスティスナなどがイスラム取引契約に該当する。イスラム取引契約はその契約の種類によって、繰延一時払売上契約（ムラバハ）、繰延割賦売上契約（バイビサマンアジル）、リース契約（イジャラ）、製造売上契約（イスティスナ）に区分することができる。ムラバハやバイビサマンアジルでは、イスラム銀行が商品・原材料を購入し、資金を持たない事業家に提供し、商品・原材料の原価にマージンを上乗せするため、そのマージンは、取引金額に基づいて決定するため利子とはならない。イジャラでは、イスラム銀行が顧客に対して実物資産を賃貸借するため、利子は発生しない。イスティスナでは、実物資産の製造または建設後、顧客が後払いで支払を行う金融であり、利子が発生しない。

これに対して、イスラムパートナーシップ契約は事業投資を介在した取引であり、利益とリスクを分かち合うというシャリアの考え方から形成された取引であり、これまで考察したムシャラカやムダラバなどがイスラムパートナーシップ契約に該当する。ムシャラカはジョイントベンチャー利益分配契約の代表的

な取引であり、ムダラバは信託利益分配契約の代表的な取引である。ムシャラカ及びムダラバのどちらも利益分配型の資本取引であり、投資によって発生した利益は配当金として認識されたため利子とはならない。

イスラム金融では、ムラバハ、バイビサマンマンアジル、ムダラバ、ムシャラカ、イジャラ、イスティスナなど様々なイスラム金融取引が行われているが、いずれの取引においても無利子の金融が行われており、イスラム銀行と顧客の関係は、一般銀行のような利子の受け渡しがある債権者と債務者の関係ではなく、イスラム金融取引の種類によって、売り主と買い主、出資者と事業家、あるいは、賃貸人と賃借人の関係になっているといえる。

さらに、イスラム金融では、無利子だけでなく、独特の所有権の考え方が存在している。資本主義経済では、企業や個人などの私的所有が一般的であるが、イスラム経済では、万物の所有権がアラーにあるとされている⁷⁴。この結果、イスラム金融では、所有権に関するイスラムの考え方に矛盾しないような取引が行われている。バイビサマンマンアジルでは、イスラム銀行が銀行顧客に代わって住宅や自動車を購入し、使用者である銀行顧客から利子ではなく、原価にマージンを上乗せし、分割払いで購入代金を受け取っている。また、イジャラでは、イスラム銀行が資産の使用権の売買を行っている。この場合、イスラム銀行は資産の使用者である銀行顧客から利子ではなく、一定期間リース料を受け取っている。イスラム金融では、利子及び所有権を回避し、また、不確実性のある取引の禁止、賭博・投機の禁止、酒・豚肉・ポルノグラフィなど禁止商品（Haram）の生産の禁止など、シャリアに反する行為を避けながらイスラム金融を行っている。

本論文では、イスラム取引契約のムラバハ、バイビサマンマンアジル、イジャラ、イスティスナについて、イスラムパートナーシップ契約のムシャラカ、ムダラバについて、さらに、これらの基本スキーム（ムダラバ、ムシャラカ、イジャラ、イスティスナ）を債券に応用したスクーク（イスラム債券）について、その取引と会計処理を明らかにした。商品売買契約であるムラバハでは、「資産

転売契約によるファイナンス」を伴ったムラバハの取引構造について検討し、イスラム銀行が顧客に対して売上利益を上乗せした価格で資産を転売する会計処理を明らかにした。割賦商品売買契約であるバイピサマンアジルでは、「バイピサマンアジルを利用した住宅ファイナンス」、「バイピサマンアジルを利用した運転資本ファイナンス」、「バイピサマンアジルを利用した巡礼資金ファイナンス」について検討し、特に、住宅ファイナンスでは、顧客が売上利益を上乗せした価格を分割して返済する会計処理を明らかにした。リース契約であるイジャラでは、「イジャラを利用した住宅リースファイナンス」、「イジャラを利用した固定資産リースファイナンス」、「所有権付イジャラを利用した住宅リースファイナンス」について検討し、特に、住宅リースファイナンスでは、イスラム銀行が住宅を購入し、顧客にリースする会計処理を明らかにした。プロジェクトファイナンス契約であるイスティスナでは、イスティスナの取引構造について検討し、イスラム銀行がプロジェクトの資金を提供し、顧客は完成後に売上利益を上乗せした価格を支払う会計処理を明らかにした。イスラムパートナーシップ契約であるムシャラカ及びムダラバでは、「ムシャラカによるパートナーシップファイナンス」、「ムダラバによるパートナーシップファイナンス」について検討し、イスラム銀行と顧客の間の利益分配であるムシャラカ投資利益及びムダラバ投資利益についての会計処理を明らかにした。さらに、イスラム債券であるスクークでは、「ムダラバ・スクークの構造」、「ムシャラカ・スクークの構造」、「イジャラ・スクークの構造」、「イスティスナ・スクークの構造」について検討し、すべてのスクーク取引の会計処理を明らかにしている。

最後に、本論文において明らかになった点は以下の通りである。第1に、イスラム銀行では、損益分配システムを採用しているため、プロジェクトなどで損失が発生した場合も、イスラム銀行は投資割合などに応じて損失を負担するため、高いリスクを持った銀行であるといえる。しかしながら、金融サービスの側面から分析すると、商業銀行（貸出金・預金の取引）、投資銀行（ムダラバ・ムシャラカの取引）、保険会社（タカフルの取引）の機能を持ったハイブ

リッドの銀行であるといえる。第2に、1997年のアジア通貨金融危機及び2008年のリーマン・ショックによる金融危機にもかかわらず、イスラム銀行の当期純利益は大きな影響を受けていない。これは、イスラム銀行がシャリアにしたがって、「利子であるリバの禁止」、「不明瞭な取引であるガラールの禁止」、「投機行為であるマイシルの禁止」の観点から事業活動を行っているため、金融危機による影響が少ないと考えられる。第3に、イスラム銀行の収益性や安全性を商業銀行と比較すると、必ずしも高いとはいえない。これは、イスラム銀行の本来の目的が利益追求ではなく、ムスリムを対象として、低コストで資金調達や資金運用を行う社会貢献のための銀行であるためである。

注

- 1 シャリアはもともと水場に至る道を意味し、アッラーへの道を表現している。アッラーが示した人間が行うべき正しい道を示したイスラム法であり、イバダート（儀礼・宗教規範）とムアマラート（法律・行動規範）に区分される。シャリアでは、ムスリムの日常生活の行動を支配する行動基準として、義務行為、推奨行為、許容行為、嫌悪行為、禁止行為の5つに区分している。
- 2 ハラムは義務行為であるワジブの反対であり、イスラムによって厳格に禁止されている行為である。ハラムにおいて利子であるリバ、投機行為であるマイシル、不明瞭な契約であるガラール、宗教上認められない事業活動（豚肉、アルコール、タバコ、武器、麻薬など）が禁止されている。イスラムでは、ハラムをなした者にのみ刑罰が科せられる。
- 3 リバは、もともとアラビア語で増加、成長、上昇・高慢を意味している。リバはリスク負担や役務を伴わないで資産を増殖させる行為であるため、シャリアでは不当利得とみなされて禁止されている。クルアーン第2章では、商売を行うことは認めているが、リバは禁止している。また、リバの帳消しを求めているが、元金の返済は認めている。ハーデイス（預言者の言行録）では、直接取引による等価交換が求められ、リバを禁止している。
- 4 マレーシアでは「イスラム金融取引」「イスラム銀行」と呼ばれるが、インドネシアでは「シャリア金融取引」「シャリア銀行」と呼ばれている。
- 5 (Zaidi, 2006, p.1)
- 6 (Khir, 2008, pp.14-15)
- 7 コーランともいう。アラビア語で書かれたイスラムの根本聖典であり、114章からなり、それぞれに名称がついている。イスラムでは、クルアーンに、人間生活のすべてについて、精神的な美徳、宗教儀礼、生活規範などのあらゆる面に関する教えが書かれており、イスラムの教えに従って暮らすことによって、心の平安を得ることができると考えている。
- 8 (Haron, 2001, pp.15-16) (町田、2005, p.77)

- 9 (Haron, 2001, pp.15-23) (櫻井、2008, P.34)
- 10 (Haron, 2001, p.24) (宮崎、2008, p.40)
- 11 (Khir, 2008, pp.2-27) (Devi, 2004, p.214)
- 12 (Halon, 2001, p.45)
- 13 (井筒、2009a, pp.80-81)
- 14 (井筒、2009a, pp.81)
- 15 (井筒、2009a, p.113)
- 16 (井筒、2009a, p.166)
- 17 (井筒、2009a, p.81)
- 18 (井筒、2009, p.81)
- 19 (谷、1986, p.37)
- 20 (小杉、2010, p.22)
- 21 (谷、1986, p.37)
- 22 (北村、2008, p.133)
- 23 (北村、2008, p.133)
- 24 (北村、2008, p.134)
- 25 (Halon, 2001, p.58)
- 26 (櫻井、2008, p.73)
- 27 (櫻井、2008, p.73)
- 28 (近沢、1988a, pp.8-9)
- 29 (櫻井、2008, p.74)
- 30 (近沢、1988a, pp.5-6)
- 31 (吉野、2002, pp.42-43)
- 32 (前田、2008, pp.44-45)
- 33 (小杉他、2010, pp.24-28)
- 34 (Khir, 2008, p.36)
- 35 (北村、2008, p.21) (谷、1986, p.29) (田中、1991, p.78)
- 36 (谷、1986, p.30)
- 37 (吉田、2007, p.35)
- 38 (イスラム金融検討会、2008, pp.28-29)
- 39 (イスラム金融検討会、2008, p.29)
- 40 (イスラム金融検討会、2008, p.29)
- 41 (イスラム金融検討会、2008, p.30)
- 42 (廣田、2007, p.19)
- 43 (斎藤、2015, p.37)
- 44 (北村、2008, p.21)
- 45 (Haron, 2001, pp.16-17)
- 46 (IBA、1987, para.1)
- 47 (IBA、1987, para.3)
- 48 シャリア会計基準以外に、Bultek 5 (Buletin SAK Syariah 5、シャリア会計公報)

が公表されている。(http://iaiglobal.or.id/v03/standar-akuntansi-keuangan/buletin-teknis-sas)

- 49 (Khir, 2008, pp.58-61) (イスラム金融検討会、2008, pp.30-32)
- 50 (Iqubal, 2007, p.87)
- 51 (吉田、2007, p.54)
- 52 (Khir, 2008, pp.130-131)
- 53 (Iqubal, 2007, p.91)
- 54 (Khir, 2008, pp.117-118)
- 55 (Khir, 2008, pp.118-119)
- 56 (Khir, 2008, p.119)
- 57 (Khir, 2008, pp.112-113)
- 58 (Khir, 2008, p.114)
- 59 (Iqubal, 2007, p.84)
- 60 (AAOIFI, 2008, p.264)
- 61 (吉田、2007, pp.63-64)
- 62 (Khir, 2008, p.144)
- 63 (Khir, 2008, p.141)
- 64 (Moore, 2009, p.49)
- 65 (Iqubal, 2007, p.86)
- 66 (AAOIFI, 2008, pp.308-309)
- 67 (Khir, 2008, pp.184-185) (Moore, 2008, p.45)
- 68 (AAOIF, 2008, p.191)
- 69 (糠谷、2007a, pp.48-50)
- 70 (Khir, 2008, pp.162-163)
- 71 (Ismail, 2001, pp.21-22)
- 72 (吉田、2007, pp.56-58)
- 73 (Moore, 2009, pp.36-37)
- 74 (吉野、2002, pp.37-38)

参考文献

- AAOIFI (2011), Accounting and Auditing Organisation for Islamic Financial Institutions (AAOIFI), <http://www.aaoifi.com/>
- AAOIFI (2010), Accounting, Auditing and Governance Standards for Islamic Financial Institution, 1431H-2010, AAOIFI.
- AAOIFI (2008), Shari'a Standards for Islamic Financial Institutions 1429H-2008, AAOIFI.
- Abdul-Rahman (2010), Yahia Abdul-Raman, The Art of Islamic Banking and Finance: Tools and Techniques for Community-Based Banking, John Wiley & Sons, 2010.
- Abdul Rahman (2010), Abdul Rahim Abdul Rahman, An Introduction to Islamic

- Accounting: Theory and Practice, CERT Publications.
- Ahmed (2007), Shakh Mahmud Ahmad, Towards Interest-Free Banking, Adam Publishers & Distributors, 2007.
- Ahmed (2006), Salahuddin Ahmed, Islamic Banking Finance and Insurance: A Global Overview, A.S.Noordeen, 2006.
- Alam (2007), Nafis Alam and Bala Shanmugam ed., Islamic Finance: The Challenges Ahead, Universiti Putra Malaysia Press, 2007.
- Al-Amine (2001), Muhammad Al-Bashir Muhammad Al-Amine, Istisina' (Manufacturing Contract) in Islamic Banking and Finance: Law & Practice, A.S.Noordeen, 2001.
- Al-Harran (2008), Dr. Saad Al-Harran, Current Issues in Islamic Banking & Finance, Xlibris, 2008.
- Ali (2008), Husniyati Ali, Ismah Osman, Jaizah Othman and Hasbullah Othman, Islamic Financial Services, University Publication Centre (UPENA), 2008.
- Ali (2009), Mir Ahmed Ali, Prohibition of Usury: Islamic and Jewish Practices, Outskirts Press, 2009.
- Alwi (2007), Syed Alwi Mohamed Sultan, A Mini Guide to Shari'ah Audit for Islamic Financial Institutions - A Primer, CERT Publications, 2007.
- Alwi (2008), Syed Alwi Mohamed Sultan, A Mini Guide to Accounting for Islamic Financial Products - A Primer, CERT Publications, 2008.
- Anwar (2005), Muhammad Anwar and Mohamad Aslam Haneef, Studies in Islamic Banking and Finance in the 21st Century: Theory and Practice, International Islamic University Malaysia, 2005.
- Archer (2007), Simon Archer and Rifaat Ahmed Abdel Karim, Islamic Finance: The Regulatory Challenge, John Wiley & Sons (Asia), 2007.
- Askari (2010), Hossein Askari, Zamir Iqbal and Abbas Mirakhor, Globalization and Islamic Finance Convergence: Prospects, and Challenges, John Wiley & Sons (Asia), 2010.
- Askar (2010), Hossein Askari, Zamir Iqbal, Noureddine Krcene and Abbas Mirakhor, The Stability of Islamic Finance: Creating a Resilient Financial Environment for a Secure Future, John Wiley & Sons (Asia), 2010.
- Ayub (2007), Muhammad Ayub, Understanding Islamic Finance, John Wiley & Sons, 2007.
- Baydoun (2000). Nabil Baydoun and Roger Willett, "Islamic Corporate Reports", Abacus, Vol. 36, No. 1, 2000, pp.71-90.
- Dar (2000), Humayon A. Dar and John R. Presley, "Lack of Profit Loss Sharing in Islamic Banking: Management and Control Imbalances," International Journal of Islamic Financial Services, Vol.2, No.2, 2000, pp.3-18.
- Devi (2004), S. Susela Devi, Keith Hooper and Howard Davey, Accounting Theory & Practice: A Malaysian Perspective, Pearson Malaysia, 2004.
- El-Gamal (2009), Mahmoud A. El-Gamal, Islamic Finance: Law, Economics, and

- Practice, Cambridge University Press, 2009.
- El-Hawary (2007), Dahlia El-Hawary, Wafik Grais and Zamir Iqbal, "Diversity in the Regulation of Islamic Financial Institutions," *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol.46, No.5, 2007, pp.778-800.
- Elsefy (2007), Hossam Elsefy, *Islamic Finance: A Comparative Jurisprudential Study*, University Malaya Press, 2007.
- Furywardhana (2009), Firdaus Furywardhana, *Akuntansi Syariah Mudah dan Sederhana*, PPPS, 2009.
- Gafoor (2003), A.L.M. Abdul Gafoor, *Interest-Free Commercial Banking*, Revised Edition, A.S.Noordeen, 2003.
- Haron (2001), Sudin Haron and Bala Shanmugam, *Islamic Banking System: Concepts & Applications*, Pelanduk Publications, 2001.
- Haron (2009), Sudin Haron and Wan Nursofiza Wan Azmi, *Islamic Finance and Banking System: Philosophies, Principles & Practices*, McGraw-Hill (Malaysia), 2009.
- Hassan (2005), Vaseehar Hassan, Bala Shanmugam and Vignes Perumal ed., *Corporate Governance: An Islamic Paradigm*, Universiti Putra Malaysia Press, 2005.
- IBA (1983), *Islamic Banking Act (1983)*.
- Ibrahim (2005), Shahul Hameed Bin Mohamed Ibrahim, "The Need for Fundamental Research in Islamic Accounting," *Issues in Islamic Accounting*, 2005, pp.18-42..
- Iqbal (2007), Zamir Iqbal & Abbas Mirakhor, *An Introduction to Islamic Finance: Theory and Practice*, John Wiley & Sons(Asia), 2007.
- IRTI (2007), Islamic Reserch and Training Institute (IRTI), *Islamic Financial Services Industry Development: Ten-Year Framework and Strategies*, Islamic Development Bank, 2007.
- Ismail (2001), Dr. Hamzah ismail and Radziah Abdul Latiff, *Survey & Analysis of Financial Reporting of Islamic Banks Worldwide*, HIZI Print, 2001.
- Ismail (2013), Rifki Ismail, *Islamic Banking in Indonesia*, Wiley, 2013.
- Kamla (2006), Rania Kamla, Sonja Gallhofer and Jim Haslam, "Islam, Nature and Accounting: Islamic Principles and the Notion of Accounting for the Environment," *Accounting Forum*, Vol.30, No.3, 2006, pp.245-265.
- Kamali (2006), Mohammad Hashim Kamali, *Equity and Fairness in Islam*, Ilmiah Publishers, 2006.
- Kamaruddin (2004), Khairul Anuar Kamaruddin, Muhd Kamil and Mustafa Mohamed Zain ed. *Financial Reporting in Malaysia: Some Empirical Evidence*, Utusan Publications & Distributors, 2004.
- Kante (2006), Aboubacar Salihou kante, *Credit Cards from the Islamic Legal Perspective*, Ilmiah Publishers, 2006.
- Karim (1990), Rifaat Ahmed Abdel Karim, "Standard Setting for the Financial Reporting of Religious Business Organizations: The Case of Islamic Banks," *Accounting and Business Research*, Vol. 20, No. 80, 1990, pp.299-305.

- Karim (1995), Rifaat Ahmed Abdel Karim, "The Nature and Rationales of a Conceptual Framework for Financial Reporting by Islamic Banks," *Accounting and Business Research*, Vol. 25, No. 100, 1995, pp.285-300.
- Karim (2001), Rifaat Ahmed Abdel Karim, "International Accounting Harmonization, Banking Regulation, and Islamic Banks," *The International Journal of Accounting*, Vol.36, No.2, 2001, pp.169-193.
- Karim (2005), Ir. Adiwanan A. Karim, *Islamic Banking: Figh and Financial Analysis*, RajaGrafindo Persada, 2005.
- Kettell (2010), Brian Kettell, *Frequently Asked Questions in Islamic Finance*, John Wiley and Sons, 2010.
- KFH (2010a), Kuwait Finance House (KFH), "Islamic Home Financing," *Islamic Finance Research*, 21 January, 2010, pp.1-10.
- KFH (2010b), Kuwait Finance House (KFH), "Malaysia: Islamic Banking," *Islamic Finance Research*, 13 May, 2010, pp.1-11.
- Khan (1987), Mohsin S. Khan and Abbas Mirakhor, *Theoretical Studies in Islamic Banking and Finance*, Islamic Publications International, 1987.
- Khan (2008), Salar M. Khan, *Islamic Banking & Finance: Shariah Guidance on Principles Practices*, A.S.Noordeen, 2008.
- Kharofa (2007), Prof. Dr. Ala'Eddin Kharofa, *Usury (Interest) of Riba*, A.S.Noordeen, 2007.
- Khir (2008), Kamal Khir, Lokesh Gupta and Bala Shanmugam, *Islamic Banking: A practical Perspective*, Pearson Malaysia, 2008.
- Lahsasna (2010), Dr. Ahcene Lahsasna, *Q & A in Islamic Finance*, CERT Publications, 2010.
- Laldin (2008), Dr. Mohamad Akram Laldin, *Fundamentals and Practices in Islamic Finance*, International Shari'ah Research Academy for Islamic Finance, 2008.
- Lee (2007), Mei Pheng Lee and Ivan Jeron Detta, *Islamic Banking & Finance Law*, Pearson Malaysia, 2007.
- Lewis (2001), Mervyn K. Lewis, "Islam and Accounting," *Accounting Forum*, Vol.25, No.2, 2001, pp.103-127.
- Maali (2006), Bassam Maali, Peter Casson and Christopher Napier, "Social Reporting by Islamic Banks," *Abacus*, Vol. 42, No. 2, 2006, pp.266-289.
- Maurer (2002), Bill Maurer, "Anthropological and Accounting Knowledge in Islamic Banking and Finance: Rethinking Critical Accountings," *Journal of the Royal Anthropological Institute*, Vol.8, No.4, 2002, pp.645-667.
- Mahani (2009), Nik Mahani Mohamad, *Between Islamic Banking and the Gold Dinar: A Compilation of Paper & Articles*, Saba Islamic Media, 2009.
- Mahathir (2006), Mahathir Mohamad, *Islam, Knowledge and Other Affairs*, MPH Publishing, 2006.
- Mirza (1999), Malik Mirza and Nabil Baydoun, "Accounting Policy Choice in an Inter-

- est-Free Environment," Working paper No.1999-014 Queensland University of Technology, 1999, pp.1-12.
- Moore (2009), Elisabeth Jackson-Moore, *The International Handbook of Islamic Banking and Finance*, Global Professional Publishing, 2009.
- Mustafa et al. (2011), Hajah Mustafa Mohd Hanefah, and Akihiro Noguchi "Accounting for Sukuk," *Proceedings of 126th JAA Chub Regional Meeting*, Aichi Toho University, 2011-4-16.
- Mustafa (2011), Hajah Mustafa Mohd Hanefah, "Harmonization of IFRS and AAOIFI Standards for Sukuk," *Proceedings of 204th Economic Research Center Workshop*, Nagoya University, 2011/7/1.
- Mustafa (2012), Mustafa Mohd Hanefah, Zurina Shafii, Supiah Salleh and Murazalia Zakaria, *Governance and Shariah Audit in Islamic Financial Institutions*, USIM Press, 2012.
- Mutalib (2008), Hussin Mutalib, *Islam in Southeast Asia*, Institute of Southeast Asian Studies, 2008.
- Napier (2007) Christopher Napier, "Other Cultures, Other Accountings? Islamic Accounting from Past to Present," *5th Accounting History International Conference*, 2007, pp.1-34.
- Nyazee (2002), Imran Ahsan Khan Nyazee, *Islamic Law of Business Organization Partnerships*, The Other Press, 2002.
- Nyazee (2002), Imran Ahsan Khan Nyazee, *Islamic Law of Business Organization Partnerships*, The Other Press, 2002.
- Olson et al. (2008), Dennis Olson and Taisier A. Zoubi, "Using Accounting Ratios to Distinguish between Islamic and Conventional Banks in the GCC Region," *The International Journal of Accounting*, Vol.43, No.1, 2008, pp.45-65.
- Pramanik ed. (2007), Ataul Huq Pramanik ed., *Islamic Banking: How Far Have We Gone*, International Islamic University Malaysia, 2007.
- Pomeranz (1997), Felix Pomeranz, "The Accounting and Auditing Organization for Islamic Financial Institutions: An Important Regulatory Debut," *Journal of International Accounting, Auditing and Taxation*, Vol.6, No.1, 1997, pp.123-130.
- Ratmono et al. (2005), Dwi Latmono and Fuad mas'ud, "Cultural Influence on Perceived Usefulness of Islamic Corporate Reporting Model," *Jurnal Akuntansi & Auditing Indonesia*, Vol.9, No.2, 2005, pp.95-116.
- Raman (2010), Abdul Rahim Abdul Rahman, *An Introduction to Islamic Accounting : Theory and Practice*, CERT Publications.
- Rehman (2010), Aamir A. Rehman, *Gulf Capital & Islamic Finance: The Rise of the New Global Players*, McGraw Hill, 2010..
- Rifqi (2018), Rifqi Muhammad, *Akuntansi Keuangan Syariah; Konsep dan Implementasi PSAK Syariah*, P3EI Press, 2018.
- Rosly (2005), Saiful Azhar Rosly, *Critical Issues on Islamic Banking and Financial*

- Market: Islamic Economics, Banking and Finance, Investments, Takaful and Financial Planning, Dinamas, 2005.
- Shanmugam (2004), Bala Shanmugam, Vignesen Perumal and Alfieya Hanuum Ridrwa, Islamic Banking: An International Perspective, Universiti Putra Malaysia Press, 2004.
- Shanmugam (2005), Bala Shanmugam, Vignesen Perumal and Alfieya Hanuum Ridzwa ed., Issues in Islamic Accounting, Universiti Putra Malaysia Press, 2005.
- Siddiqi (2003), Muhammad Nejatullah Siddiqi, Banking without Interest, Markazi Maktaba Islami Publishers, 2003.
- Siddiqi (2006), Muhammad Nejatullah Siddiqi, Banking without Interest, Revised Edition, The Islamic Foundation, 2006.
- Singh (2007), Bhpinder Singh, "Islamic Banking: The New Battleground in Malaysia," The Malaysian Accountant, February, 2007, pp.3-5.
- Sulaiman (2003), Maliah bt. Sulaiman, "The Influence of Riba and Zakat on Islamic Accounting," Indonesian Management and Accounting Review, Vol.2, No.2, 2003, pp.149-167.
- Sulaiman (2001), Maliah Sulaiman and Roger Willett, "Islam, Economic Rationalism and Accounting," The American Journal of Islamic Social Sciences, Vol.18, No.2, 2001, pp.1-36.
- Sulaiman (2002), Maliah bt. Sulaiman and Roger Willett, "Using the Hofstede-Grey Framework to Argue Normatively for an Extension of Islamic Corporate Reports," International Islamic University Malaysia Working Paper, No.2002-005, 2002, pp.1-37.
- Sulaiman (2005), Maliah Sulaiman, Islamic Corporate Reporting between the Desirable and the Disired, International Islamic University Malaysia, 2005.
- Usmani (2001), Maulana Justice Muhammad Taqi usmani, *The Text of the Historic Judgement on Riba (Interest)*, The Other Press, 2001.
- Usmani (2002), Muhammad Imran Ashraf Usmani, *Meezanbank's guide to Islamic Banking*, Darul-Ishaat, 2002.
- Usmani (2008), Muhammad Taqi Usmani, *An Iintroduction to Islamic Finance*, Idara Isha'at-E-Diniyat, 2008.
- Uzair (2000), Dr. Mohammad Uzair, *Interest-Free Banking*, Nice Printing Press, 2000.
- Wasilah (2009), Sri Nurhayati Wasilah, *Akuntansi Syariah di Indonesia Edisi 2*, Penerbit Selemba Empat, 2009.
- Yatim (2007), Mohd. Nasir Mohd. Yatim and Amirul Hafiz Mohd. Nasir, *The Principles and Practice of Islamic Banking & Finance, Third Edition*, Pearson Malaysia, 2007.
- Yatim (2009), Mohd. Nasir Mohd. Yatim and Amirul Hafiz Mohd. Nasir, *The Principles and Practice of Islamic Banking & Finance, Fourth Edition*, Pearson Malaysia, 2009.
- Yusoff (2002), Nik Mohamed Affandi Bin Nik Yusoff, *Islami & Business*, Pelanduk Publications, 2002.
- Venardos (2005), Angelo M. Venardos, *Islamic Banking & Finance in South-East Asia: Its Development Future*, World Scientific, 2005.

- Venardos (2007), Angelo M. Venardos, Islamic Banking & Finance in South-East Asia: Its Development Future 2nd Edition, World Scientific, 2007.
- Willsdon (2008), John Willsdon, "Islamic Finance," Accountants Today, April, 2008, pp.34-36.
- Zaidi (2006), Dr. Mohd Zaidi ed., Essence of Islam, Islamic Outreach ABIM, 2006.
- イスラム金融検討会 (2008)、イスラム金融検討会編『イスラム金融 仕組みと動向』日本経済新聞出版社、2008 年。
- 市野 (2010)、市野初芳「マレーシアにおけるイスラム金融取引に係る所得税法の取り扱い」『地域分析 (愛知学院大学)』第 48 巻第 2 号、2010 年 3 月、71-90 頁。
- 井筒 (2009a)、井筒俊彦訳『コーラン (上)』岩波書店、2009 年。
- 井筒 (2009b)、井筒俊彦訳『コーラン (中)』岩波書店、2009 年。
- 井筒 (2009c)、井筒俊彦訳『コーラン (下)』岩波書店、2009 年。
- 岩田 (2007)、岩田佳也「マレーシアにおけるイスラム金融の現状と発展の課題」『イスラム金融研究会』国際金融情報センター、2007 年、19-28 頁。
- 岩田 (2008)、岩田佳也「投資家の視点からみたイスラム金融」『証券アナリストジャーナル』第 46 巻第 8 号、2008 年 8 月、49-57 頁。
- 榎本 (2000)、榎本直樹「イスラム金融@マレーシア～金融界の風雲児～」『ファイナンス』第 36 巻第 7 号、2000 年 10 月、28-33 頁。
- オスマン (2017)、シャリーザ・オスマン他 森林高志訳『イスラム金融の基礎 入門編』日本マレーシア協会、2017 年。
- 内田 (2006)、内田通夫「沸騰するイスラム金融」『金融ビジネス』No.247、2000 年夏、76-79 頁。
- 門倉 (2008)、門倉貴史『イスラム金融入門 世界マネーの新潮流』幻冬舎、2008 年。
- 北村他 (2008)、北村歳治・吉田悦章「現代のイスラム金融」日経 B P 社、2008 年。
- 北村 (2009)、北村陽慈郎『イスラムマネーの奔流』講談社、2009 年。
- 黒木 (2005)、黒木亮「急膨張 50 兆円 イスラム金融の秘密」『プレジデント』Vol.43、No. 20、2005 年 10 月 17 日、156-159 頁。
- 小杉他 (2006)、小杉泰・江川ひかり『イスラーム 社会生活・思想・歴史』新曜社、2006 年。
- 小杉 (2008)、小杉泰『イスラムとは何か その宗教・社会・文化』講談社、2008 年。
- 小杉他 (2008)、小杉泰・林佳世子・東長靖編『イスラム世界研究マニュアル』名古屋大学出版会、2008 年。
- 小杉他 (2010)、小杉泰・長岡慎介『イスラム銀行 金融と国際経済』山川出版社、2010 年。
- 木幡 (2007)、木幡幸広「イスラム金融会計基準の現状と今後の展開」『会計・監査ジャーナル』第 624 号 (7 月)、130-134 頁。
- 久野 (2020)、久野康成公認会計士事務所『マレーシアの投資・M&A・会社法・会計税務・労務』TCG 出版、2020 年。
- 小杉他 (2010)、小杉泰・長岡慎介『イスラム銀行 金融と国際経済』山川出版社、2010 年。
- 斎藤 (2015)、斎藤雅子『インドネシアの会計教育』中央経済社、2015 年。
- 櫻井 (2008)、櫻井秀子『イスラム金融? \贈与と交換、その共存のシステムを解く』新評論、

2008 年。

新日本 (2015)、新日本有限責任監査法人編『インドネシアの会計・税務・法務 Q&A』税務経理協会、2015 年。

新日本 (2020)、EY 新日本有限責任監査法人編『マレーシアの会計・税務・法務 Q&A』税務経理協会、2020 年。

三田 (1983)、三田了一訳『聖クルアーン：日垂対訳注解』日本ムスリム教会、1983 年。

塩尻他 (2004)、塩尻和子・池田美佐子『イスラムの生活を知る事典』東京堂出版、2004 年。

四戸 (2008)、四戸彌弥「イスラムのリバー概念における売買と消費貸借」『シャリーア研究』第 5 号、2008 年、25-43 頁。

杉浦 (2017)、杉浦特行・竹内哲・埴晋『詳解インドネシアの法務・会計・税務』中央経済社。

田中 (1980)、田中壽雄「イスラム金融の本質 近代化の波とイスラム法との相克」『貿易と関税』Vol.28、No.3、1980 年 3 月、48-51 頁。

田中 (1985)、田中壽雄「イスラム金融とイスラム銀行 金利廃止を中心とするその特徴及び問題点」『貿易と関税』Vol.33、No.7、1985 年 7 月、38-41 頁。

田中 (1991)、田中壽雄「イスラム銀行の生成と諸問題」『経済経営論叢 (京都産業大学)』第 26 巻第 3 号、1991 年 12 月、76-106 頁。

立花 (2008)、立花亮「イスラム金融とその可能性」『法學研究 (慶應義塾大学)』第 81 巻第 12 号、2008 年 12 月、323-345 頁。

谷 (1986)、谷正則「イスラム銀行の実態—実践的イスラム金融の運営」『海外事情』第 34 巻第 9 号、1986 年 9 月、28-40 頁。

ノルディン (2017)、サバリヤ・ノルディン他 岡野俊介訳『イスラム金融の基礎 金融市場編』日本マレーシア協会、2017 年

土屋 (2009)、土屋幸久「イスラム会計の基底」『四天王寺大学紀要』第 48 号、2009 年 9 月、35-56 頁。

近沢 (1988a)、近沢敏里「イスラミック・バンキング (1)」『高千穂論叢』昭和 63 年度 (二)、1988 年、1-28 頁。

近沢 (1988b)、近沢敏里「イスラミック・バンキング (2)」『高千穂論叢』昭和 63 年度 (三)、1988 年、55-85 頁。

近沢 (1989a)、近沢敏里「イスラミック・バンキング (3)」『高千穂論叢』Vol.24、No.1、1989 年、1-31 頁。

近沢 (1989b)、近沢敏里「イスラミック・バンキング (4)」『高千穂論叢』Vol.24、No.2、1989 年、33-70 頁。

近沢 (1989c)、近沢敏里「イスラミック・バンキング (5)」『高千穂論叢』Vol.24、No.3、1989 年、17-52 頁。

近沢 (1990)、近沢敏里「イスラミック・バンキング (7)」『高千穂論叢』Vol.25、No.1、1990 年、39-71 頁。

月岡 (2008)、月岡崇「日本法の下でのイスラム金融」『証券アナリストジャーナル』第 46 巻第 8 号、2008 年 8 月、58-70 頁。

土谷 (2009)、土谷幸久「イスラム会計の基底」『四天王寺大学紀要』第 48 号、2009 年 9 月、

- 35-56 頁。
- 田中 (1991)、田中壽雄「イスラム銀行の生成と諸問題」『経済経営論叢 (京都産業大学)』第 26 巻第 3 号、1991 年 12 月、76-106 頁。
- 長岡 (2011)、長岡慎介「現代イスラム金融論」名古屋大学出版会、2011 年。
- 中川 (2005)、中川利香「マレーシアにおけるイスラム金融の現状と課題」『日本金融学会 2005 年度春季大会報告要旨』、2005 年 5 月 28 日、1-5 頁。
- 中川 (2009)、中川利香「マレーシアのイスラム金融」福田安志編『イスラム金融のグローバル化と各国の対応』アジア経済研究所、2009 年、91-107 頁。
- 永野 (2008)、永野護「資金調達手段としてのイスラム金融」『国際金融』No.1193、2008 年、24-30 頁。
- 糠谷 (2007a)、糠谷英輝『拡大するイスラム金融』蒼天社出版、2007 年。
- 糠谷 (2007b)、糠谷英輝『世界を席卷するイスラム金融』かんき出版、2007 年。
- 糠谷 (2008)、糠谷英輝『中東マネーとイスラム金融』同友館、2008 年。
- 平賀 (2006)、平賀正剛「マレーシアにみる発展途上国における会計基準の発展 (1)」『経営学研究 (愛知学院大学)』第 16 巻第 1 号、2006 年、103-119 頁。
- 平賀 (2007a)、平賀正剛「マレーシアにみる発展途上国における会計基準の発展 (2)」『経営学研究 (愛知学院大学)』第 16 巻第 3・4 号、2007 年、61-80 頁。
- 平賀 (2007b)、平賀正剛「マレーシアにみる発展途上国における会計基準の発展 (3)」『経営管理研究所紀要 (愛知学院大学)』第 14 号、2007 年、35-49 頁。
- 平松 (1992)、平松一夫監修『タイ・マレーシアの会計・開示制度』中央経済社、1992 年。
- 平松 (1998)、平松一夫他編『インドネシアの会計』中央経済社、1998 年。
- 福田 (2006)、福田安志「イスラム銀行の発展と銀行をめぐる問題—既存の体制との矛盾と高利回りへの志向—」『イスラム世界』No.66、2006 年 3 月、74-96 頁。
- 福田 (2009)、福田安志『イスラム金融のグローバル化と各国の対応』アジア経済研究所、2009 年。
- 福島 (2002)、福島康博「マレーシアにおけるイスラム銀行制度—制度的枠組とパフォーマンス」『日本金融学会 2002 年度春季大会報告要旨』、2002 年、1-5 頁。
- 廣田 (2007)、廣田泰夫「拡大するイスラム金融市場の現状と課題」『国際金融』No.1175、2007 年 4 月、15-22 頁。
- 藤本 (2002a)、藤本勝次他訳『コーランⅠ』中央公論新社、2002 年。
- 藤本 (2002b)、藤本勝次他訳『コーランⅡ』中央公論新社、2002 年。
- 前田 (2008)、前田匡史『世界を動かすダイナミズム 詳解イスラム金融』亜紀書房、2008 年。
- 益田 (2008)、益田安良「存在感高まるイスラム金融—日本も無関係ではない時代に」『PH P Business Review』No.29、2008 年、72-78 頁。
- 町田 (2005)、町田宗鳳『すぐわかる世界の宗教』東京美術、2005 年。
- 水野 (2008)、水野護「資金調達手段としてのイスラム金融—微視的視座からの市場構造分析—」『国際金融』第 1193 号、2008 年 10 月 1 日、24-30 頁。
- 宮崎 (2008)、宮崎哲也他『イスラム金融と政府系ファンドがわかる本』秀和システム、2008 年。

- 宮崎 (2001)、宮崎律『現代イスラムの潮流』集英社、2001 年。
- 武藤 (2001)、武藤幸治「アジアに広がるイスラム金融」『ITI 季報』No.45、2001 年秋、15-19 頁。
- 武藤 (2005)、武藤幸治「急速に広がるイスラム金融市場」『季刊国際貿易と投資』No.62、2005 年、112-131 頁。
- 毛利 (2007)、毛利悟「イスラム金融のグローバル化と日本の課題」『国際金融』No.1182、2007 年 11 月 1 日、8-13 頁。
- 森 (2005)、森伸生「現代における実践的シャリーアの一形態ファトワの検証」『シャリーア研究』No.2、2005 年、1-28 頁。
- 吉田 (1980)、吉田光邦『イスラム 歴史と信仰』淡交社、1980 年。
- 吉田 (2006)、吉田悦章「イスラム金融の現代的進展とわが国金融業界へのインプリケーション」『国際金融』第 1160 号、2006 年 2 月 15 日、52-59 頁。
- 吉田 (2007)、吉田悦章『イスラム金融入門』東洋経済新報社、2007 年。
- 吉田 (2008a)、吉田悦章『イスラム金融はなぜ強い』光文社、2008 年。
- 吉田 (2008b)、吉田悦章「イスラム資本市場の概要と要点」『証券アナリストジャーナル』第 46 巻第 8 号、2008 年 8 月、37-48 頁。
- 吉田 (2017)、吉田悦章『グローバル・イスラム金融論』ナカニシヤ出版、2017 年。
- 吉野 (2002)、吉野文雄「イスラムの経済思想—無利子金融を中心に」『海外事情』Vol.50、No.3、2002 年 3 月、32-51 頁。
- 四戸 (2005)、四戸純弥「イスラーム法源の検討—アッラー（神）と法と、人間の法の境界線—」『シャリーア研究』No.2、2005 年、1-30 頁。
- 四戸 (2005)、四戸純弥「クルアーンにおけるイスラムの意味—クルアーンに内在する他の宗教との対話の可能性について—」『シャリーア研究』No.3、2005 年、1-16 頁。
- 四戸 (2008)、四戸純弥「イスラームのリバー概念における売買と消費貸借」『シャリーア研究』No.5、2008 年、25-43 頁。

本研究は 2020 年度 JSPS 科研費 JP17K04079 の助成を受けたものです。

[論 説]

均衡および不均衡における マクロ信用創造モデルとマクロ貨幣創造モデル

藤 原 秀 夫

1. 序

信用創造の古典的な理論的分析は、民間銀行部門の銀行信用を唯一の内生変数としてその制約で決定する部分的なモデルでなされている。これに中央銀行の外生的な信用供給変数の制約を加えれば、民間銀行信用との関係性が明らかとなる。信用乗数は、前者のモデルでは、本源的預金と民間銀行信用（貸出と証券需要）の関係性を表している。後者の銀行部門の統合モデルで、それに付け加えて、中央銀行信用との関係性を導出する。同時に中央銀行信用と貨幣供給との関係性である貨幣乗数も導出可能である。これは周知の部分的信用創造モデルである¹。

これに対して、ベースマネーの定義式で、（決済用）預金保有に対する現金保有の比率が与えられた下で²、貨幣ストックが決定されるとするモデルが部分的貨幣創造モデルである。周知のように、貨幣乗数はベースマネーと貨幣ストックの関係性を表し、ベースマネーの乗数倍の貨幣ストックが定義的に創造可能となる³。

この2つの部分的モデルは一定の条件の下で同値であることも、また一般的には同値でないことも既に明らかにされてきた⁴。筆者の著作では、金融仲介

機能を果たす民間銀行部門の信用供給を貸出だけではなく証券形態も含めたより一般的な部分的モデルで、この同値性の条件を説明している。このことを前提に、本稿では、2つの部分的モデルの相違を明確にして、一般均衡モデルである均衡マクロ同時決定モデルに接合する。その際、接合の条件、インターフェイスを明示して定式化する。

2. 信用創造と貨幣創造の部分的モデル

以下の議論の基礎となる信用乗数と貨幣乗数を導出しておこう。この導出のための基礎となる制約式は、民間銀行部門と中央銀行の資産・負債関係に基づいた「バランス式」である。

[1] 信用乗数

信用乗数の導出では、次のような民間銀行部門の制約を前提とする。

$$(1) \quad D^* + D = Z^b + R^d$$

ここで、 D^* ：本源的預金、 D ：派生預金、 Z^b ：民間銀行部門の本源的証券需要、 R^d ：民間銀行部門の準備預金需要、とする。

(1) 式の右辺は民間銀行部門の債務（間接証券）であり、その左辺は民間銀行部門の債権（資産）であるので、(1) 式は民間銀行部門の債権・債務のバランス式、すなわち（ストックおよびフローの）バランスシートとしてみなされる制約である⁵。

民間銀行部門の行動方程式は、次のように仮定される。

$$\begin{aligned} (2) \quad R^d &= \tau (D^* + D) + ER, \quad 0 < \tau < 1 \\ ER &= \varepsilon (1 - \tau) (D^* + D), \quad 0 < \varepsilon < 1 \\ D &= \delta (Z^b + E^c), \quad 0 < \delta < 1 \end{aligned}$$

ここで、 ER ：超過準備（預金）需要、 τ ：法定準備率、 E^C ：中央銀行の証券需要とする。

(2) 式を (1) 式に代入し、民間銀行部門の本源的証券需要を内生変数として解けば、以下のように、本源的預金および中央銀行の証券需要に対する民間銀行信用の関係性が導出される。

$$(3) \quad Z^b = \kappa_1 D^* + \kappa_2 E^C$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \kappa_1 &= \{(1-\tau)(1-\varepsilon)\} / \{1 - (1-\tau)(1-\varepsilon)\delta\} > 0 \\ \kappa_2 &= \{(1-\tau)(1-\varepsilon)\delta\} / \{1 - (1-\tau)(1-\varepsilon)\delta\} > 0 \end{aligned}$$

$$(5) \quad \delta \kappa_1 = \kappa_2$$

(3) 式は、本源的預金と中央銀行信用がそれぞれ増加した場合に、民間銀行部門の本源的証券需要が乗数倍に増加することを意味している。この本源的証券の需要の変化に対応する総預金（本源的預金プラス派生預金、 DT ）の変化は、次のように導出される。

$$(6) \quad DT = D^* + D = (1 + \delta \kappa_1) D^* + \delta (1 + \kappa_2) E^C$$

$$(5)' \quad 1 + \delta \kappa_1 = 1 + \kappa_2 > 1$$

(4) 式が信用乗数の公式である。本源的預金の増加は乗数倍の本源的証券需要（民間銀行信用）と総預金の増加となって帰結する。その理由は、銀行信用を通じて派生預金が創出されるからである。(4) 式で、 $\delta = 0$ とおけば簡単にわかるように、派生預金が存在しなければ、信用創造プロセスは生じないことは明白である。本源的預金から支払準備を差し引いた値だけが本源的証券需要となるに過ぎない。総預金の増加も本源的預金の増加に等しい。

この部分的信用創造モデルでは、中央銀行の制約式も現金通貨も潜在的に想定されるにすぎない。したがって、貨幣乗数も現れてこない。この部分的信用創造モデルに、中央銀行の制約式を導入して、銀行部門全体でのモデルとして定式化することによって、貨幣乗数は導出される。この論点がとりわけ重要と

なるのは、信用と貨幣の創造を持った均衡マクロ同時決定モデルを構築する時である。このモデルが定式化されなければ、金融仲介のマクロ経済分析は行えないし、マクロ金融の謎はほとんど解明されない。この均衡マクロ同時決定モデルの定式化こそ、筆者は、かつて、マクロ的枠組みの下での信用と貨幣の創造の基本問題と呼んだ⁶。

[2] 貨幣乗数

次に、貨幣乗数を導出しておこう。

$$(7) \quad M = CU + D$$

ここで、M：(総) 貨幣量、CU：現金通貨量、D：預金保有、とする。

(7) 式は、総貨幣量の定義式である。つまり、総貨幣量 (マネー・ストック) の構成を明らかにしているだけである。貨幣乗数を導出する部分的モデルでは、預金を外生変数である本源的預金と銀行信用に依存する派生預金とに区別していない。

$$(8) \quad CU + R^d = H^* (= E^c)$$

ここで、 H^* ：ベースマネー、とする。

(8) 式で重要な仮定は、次の2点である。民間銀行部門の準備預金需要を、中央銀行は受動的に受け入れることを前提としている点である。もう1点は、ベースマネーは、中央銀行の証券需要により供給されるという仮定である。上記の部分的信用創造モデルにおいても、この点が仮定されてきた。

(8) 式は、ベースマネーの定義式であるが、このベースマネーがどのような方法で供給されるのかを定式化すれば、これは単に定義式にとどまらず中央銀行の制約式となる。準備預金需要はこの仮定により、(2) 式と同様の定式化がここでも仮定される。

$$(9)-① \quad R^d = \{ \tau + \varepsilon (1 - \tau) \} D$$

この部分的貨幣創造モデルで、新たに仮定されるのは、預金保有に対する現金保有の比率である。

$$(9)-② \quad CU/D = cu > 0$$

(9)-②式がこのモデルの本質的に重要な仮定である。貨幣の定義式から、次の関係が導出される。

$$(10) \quad M/D = (CU/D) + 1 = 1 + cu$$

したがって、預金保有は、貨幣量に一定の関係を持つことは明らかである。後述するように、この論点が、信用創造モデルと貨幣創造モデルを密接な親和性を持つモデルとしている。

$$(10)' \quad D = \delta M, \quad 0 < \delta = \{ 1 / (1 + cu) \} < 1$$

(10)' 式の仮定を使えば、貨幣乗数は次のように導出される。

$$(11) \quad M - \delta M + \{ \tau + \varepsilon (1 - \tau) \} \delta M = H^*$$

したがって、

$$(11)' \quad M = mH^* (= mE^c)$$

$$(12) \quad m = 1 / \{ 1 - (1 - \tau) (1 - \varepsilon) \delta \} > 1$$

(12) 式が、貨幣乗数の公式である。(12) 式の意味は、ベースマネーが増加すれば、その乗数倍の総貨幣量が生ずる。ベースマネーが中央銀行の証券需要を通じて供給される場合は、貨幣乗数はこの中央銀行信用との関係性である。もちろん、乗数値は1より大である。

[3] 信用乗数と貨幣乗数の2つの概念の親和性の証明

伝統的な部分的信用創造モデルで、中央銀行の制約式を仮定すれば、統合された銀行部門の制約式は、次のようになる。

$$(13) \quad M = Z^b + E^c$$

(13) 式は、総貨幣ストックは、銀行信用に等しいことを意味している。筆者は、これを、かつて、貨幣供給と銀行信用の等価原理と呼んだ。この重要な銀行部門の制約が、2つの概念の親和性を保証している。(13) 式から、部分的信用創造モデルにおける貨幣乗数を導出すれば、次のようになる。

$$(14) \quad M = \kappa_1 D^* + (1 + \kappa_2) E^c$$

$$(15) \quad 1 + \kappa_2 = 1 / \{ 1 - (1 - \tau) (1 - \varepsilon) \delta \} = m > 1$$

これらの結果は、伝統的な部分的信用創造モデルにおいて、本源の預金をゼロとすれば、同じ概念と同じ数量的結果を得ることを示している。つまり、同値である。さらに、部分的貨幣創造モデルにおける、(10) ' 式の預金保有量は、次のように変形することができるので、派生預金関数と同値である。

$$(10) ' ' \quad D = \delta M = \delta (Z^b + E^c)$$

つまり、2つのモデルは、同一の派生預金関数を用いているのである。それを保証しているのが、銀行信用と貨幣ストックの等価原理である。また、預金保有に対する現金保有の比率を一定とした仮定である。銀行信用から生ずる派生預金の比率が δ であるのだから、現金漏出の比率は、 $1 - \delta$ となる。したがって、預金として派生預金だけを考えれば、預金に対する現金の比率は、次のようになることは自明である。

$$(16) \quad CU/D = (1 - \delta) / \delta = cu$$

本源の預金の存在を否定すれば、2つのモデルは同値である。部分的貨幣創

造モデルから、等価原理を使って、中央銀行信用に対する民間銀行信用の関係を導出すれば、次のようになることは明らかであろう。

$$(17) \quad Z^b = \kappa_2 E^c, \quad \kappa_2 = m - 1$$

本源的預金の存在を無視し、中央銀行と民間銀行部門のバランス式を統合すれば総貨幣量は銀行信用と一致するので、民間銀行部門のバランス式から導出される中央銀行信用に対する民間銀行部門の本源的証券需要の関係性（信用乗数）と、中央銀行のバランス式から導出される中央銀行信用と総貨幣量の関係性（貨幣乗数）は、硬貨の表裏のように同じ経済的意味を異なった側面から見ているに過ぎない。

部分的信用創造モデルにおいては、信用乗数が、預金が含まれた民間銀行部門のバランス式から導出されながら、預金を含む貨幣量との関係性を何も明らかにしていない。他方、部分的貨幣創造モデルにおいては、貨幣乗数を導出する際に、預金を貨幣量の定義として含みながら、その預金を源泉として行われる民間銀行部門の信用供給については何も触れていない。したがって、両方はもともと貨幣と民間銀行信用のいずれか一方からの分析となっているのである。民間銀行部門と中央銀行の統合されたバランス式で議論するということは、貨幣量と銀行信用を関係づけることに他ならない。

[4] 信用と貨幣の創造の標準的な部分モデルの定式化

以下では、これまでの部分的な信用および貨幣の創造モデルを均衡マクロ同時決定モデルとしてのマクロ金融モデルに接合するための理論的準備を行う。2つの部分モデルの同値性を保証するために、預金は派生預金のみであり、銀行信用に依存しない独立的な本源的預金は存在しないと仮定する。

信用乗数、貨幣乗数を導出する上記の部分モデルを、マクロ経済の枠組みの下で、均衡マクロ同時決定モデルに接合するためには、本源的証券需要と準備預金需要以外の各変数についても需要変数なのか供給変数なのかを明らかにし

なければならない。このことは、ほぼ自明のことであると思われるが、貨幣乗数を導出する部分的貨幣創造モデルでは、この点が不明確である。(9) 式の預金保有に対する現金保有の比率は、預金需要に対する現金需要の比率によって置き換えられなければならない。均衡マクロ同時決定モデルにおいては、民間非金融部門（家計部門プラス民間企業部門）が存在し、現金需要も預金需要もこの部門が決定する。ところが、預金供給に対する現金供給の比率においては、単一の部門が決定する行動にはなっていない。預金供給は民間銀行部門が行い現金供給は中央銀行が行うので、この比率は一義的に決定できない。ところが、預金需給と現金需給のそれぞれが均衡するとき、この2つの比率は一致する。背後に存在が仮定される民間非金融部門の預金需要に対する現金需要の需要比率が、それらの供給比率に正確に写像される。それを可能にしているのが各需給均衡（市場均衡）である。つまり、全体としての貨幣需給も均衡していることになる⁷。

$$(9)-②' \quad CU^d/D^d = cu, \quad cu > 0$$

$$(18) \quad CU^s = CU^d, \quad D^s = D^d$$

$$(19) \quad M^s = M^d, \quad M^d = CU^d + D^d = (1 + cu) D^d$$

$$(20) \quad CU^s/D^s = cu, \quad cu > 0$$

ここで、 D^d ：預金需要、 CU^d ：現金需要、 D^s ：預金供給、 CU^s ：現金供給、 M^s ：貨幣供給、 M^d ：(全体としての) 貨幣需要、とする。

以上のように仮定すれば、信用と貨幣の創造の部分的モデルを、均衡マクロ同時決定モデルに接合することができる。筆者は、これを、標準的方法と名付けている。

以上の議論から、均衡マクロ同時決定モデルに接合するための、信用と貨幣の創造の標準的な部分モデルは、以下のように集約的に表すことができる⁸。

本源的証券需要は、民間銀行貸出（対応する借入証書）と証券需要によって構成される。前者を L^s 、後者を E^b で表す。

$$(21) \quad D^s = Z^b + R^d, \quad (Z^b = L^s + E^b)$$

$$CU^s + R^d = E^c$$

$$[CU^s + D^s = Z^b + E^c]$$

$$M^s = CU^s + D^s$$

$$(22) \quad R^d = \{ \tau + \varepsilon (1 - \tau) \} D^s$$

$$(23) - \textcircled{1} \quad CU^d / D^d = cu > 0,$$

$$CU^s = CU^d, \quad D^s = D^d$$

$$[CU^s / D^s = cu]$$

$$(23) - \textcircled{2} \quad D^s = \delta (Z^b + E^c), \quad 0 < \delta < 1$$

$$[CU^s / D^s = (1 - \delta) / \delta]$$

$$CU^s = CU^d, \quad D^s = D^d$$

$$[CU^d / D^d = (1 - \delta) / \delta]$$

$$(24) \quad cu = (1 - \delta) / \delta \quad (\text{or } \delta = 1 / (1 + cu))$$

(21), (22), (23)－①が、貨幣乗数を導出する貨幣創造の伝統的な部分的モデル、であり、(21), (22), (23)－②が、それと同値である伝統的な部分的信用創造モデル、である。預金需給均衡と現金需給均衡（したがって、貨幣市場の均衡）が成立する限り、いずれを選択しても同じ結果を得る。

$$\begin{aligned} (25) \quad M^s &= [(1 + cu) / \{ cu + \tau + \varepsilon (1 - \tau) \}] E^c \\ &= mE^c = [1 / \{ 1 - (1 - \tau) (1 - \varepsilon) \delta \}] E^c \\ &= (1 + \kappa_2) E^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^s &= [1 / \{ cu + \tau + \varepsilon (1 - \tau) \}] E^c \\ &= \{ m / (1 + cu) \} E^c \\ &= [\delta / (1 - (1 - \tau) (1 - \varepsilon) \delta)] E^c \\ &= \delta (1 + \kappa_2) E^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z^b &= [\{(1-\tau)(1-\varepsilon)\} / \{cu + \tau + \varepsilon(1-\tau)\}] E^C \\
&= [\{(1-\tau)(1-\varepsilon)\} / (1+cu)] mE^C \\
&= [\{(1-\tau)(1-\varepsilon)\delta\} / \{1 - (1-\tau)(1-\varepsilon)\delta\}] E^C \\
&= \kappa_2 E^C
\end{aligned}$$

3. 小括

本稿では、信用と貨幣の創造の部分モデルを、預金需要に対する現金需要の需要比率を与え、それを預金供給に対する現金供給比率、つまり供給比率に写像するという方法で定式化した。もう一つの方法は、派生預金関数を貸出と証券需要に関して対称性を仮定して定式化することであり、この方法によってモデルを定式化した。この2つの部分モデルは、銀行信用に依存しない本源的預金の存在を無視すれば同値である。

このようにして、定式化された部分モデルは、均衡マクロ同時決定モデルに接合することが可能である。貨幣市場が常に均衡していることが、接合のインターフェイスとなる。この標準モデルの全体像は、前掲拙著によって示されている。そしてこのモデルの不均衡調整モデルが貨幣市場の均衡によって特徴づけられる。

4. 標準的均衡マクロ同時決定モデル

これまでの分析から明らかなように、信用と貨幣の創造を持つ標準的均衡マクロ同時決定モデルは、預金供給の決定という核心的論点に関して、銀行信用とは独立した本源的預金の存在を無視し、預金供給のすべては派生預金であると仮定する。

[1] 標準的モデル

均衡マクロ同時決定モデルの全体像を一括して示すと、次のようなモデルとなる。

$$(26) \quad D^s - R^d = L^s + E^b$$

$$CU^s + R^d = E^c \quad (\text{Part I})$$

$$(M^s = L^s + E^b + E^c)$$

$$M^s = D^s + CU^s$$

$$= = = = =$$

$$R^d = \tau D^s + ER, \quad 1 > \tau > 0 \quad (\text{Part II})$$

$$ER = \varepsilon (1 - \tau) D^s, \quad 1 > \varepsilon > 0$$

$$= = = = =$$

$$CU^d / D^d = cu, \quad cu > 0$$

$$CU^s = CU^d, \quad D^s = D^d \quad (\text{Part III})$$

$$M^s = M^d, \quad M^d = CU^d + D^d = (1 + cu) D^d$$

$$CU^s / D^s = cu, \quad cu > 0$$

$$= = = = =$$

$$D^s = \{1 / (1 + cu)\} M^s$$

$$M^s = m E^c \quad (\text{PartIV})$$

$$m = (1 + cu) / \{cu + \tau + \varepsilon (1 - \tau)\} > 1$$

$$L^s + E^b = (m - 1) E^c,$$

$$(m - 1 = \{(1 - \varepsilon) (1 - \tau)\} / \{cu + \tau + \varepsilon (1 - \tau)\} > 0)$$

$$= = = = =$$

$$L^s = \lambda (\rho, i) (1 - \tau) D^s, \quad 0 < \lambda < 1$$

$$E^b = b (\rho, i; i_R) (1 - \tau) D^s, \quad 0 < b < 1$$

$$\lambda_\rho > 0, \quad \lambda_i < 0, \quad b_\rho < 0, \quad b_i > 0, \quad b_{iR} < 0 \quad (\text{PartV})$$

$$\varepsilon = \varepsilon (i; i_R), \quad \varepsilon_i < 0, \quad \varepsilon_{iR} > 0$$

$$m = m(i; i_R), \quad m_i > 0, \quad m_{i_R} < 0$$

$$\lambda + b + \varepsilon = 1$$

$$= = = = =$$

$$Y^d = Y^d(Y, i, \rho; T), \quad M^d = M^d(Y, i),$$

$$B^S = B^S(Y, i, \rho), \quad E^P = E^P(Y, i; T),$$

$$L^d = L^d(Y, i, \rho) \quad (\text{Part VI})$$

$$1 > Y_Y^d > 0, \quad Y_i^d < 0, \quad Y_\rho^d < 0, \quad -1 < Y_T^d < 0, \quad L_Y^d > 0,$$

$$1 > Y_Y^d + Y_T^d > 0, \quad L_i^d > 0, \quad L_\rho^d < 0, \quad M_Y^d > 0, \quad M_i^d < 0,$$

$$B_Y^S > 0, \quad B_i^S < 0, \quad B_\rho^S > 0, \quad E_Y^P > 0, \quad E_i^P > 0,$$

$$-1 < E_T^P < 0, \quad 1 > E_Y^P + E_T^P > 0$$

$$B^S(Y, i, \rho) - E^P(Y, i; T) = \Omega(Y, i, \rho; T)$$

$$\Omega_Y = B_Y^S - E_Y^P < 0, \quad \Omega_i = B_i^S - E_i^P < 0,$$

$$\Omega_\rho = B_\rho^S > 0, \quad \Omega_T = -E_T^P > 0$$

$$= = = = =$$

$$L^d + B^S + Y = Y^d + M^d + E^P + T$$

$$T + B^g = G \quad (\text{Part VII})$$

$$\{Y - (Y^d + G)\} + (M^S - M^d) + (L^d - L^S)$$

$$+ \{(B^S + B^g) - (E^P + E^b + E^c)\} = 0$$

$$= = = = =$$

$$L_Y^d + \Omega_Y + (1 - Y_Y^d) = M_Y^d > 0,$$

$$L_i^d + \Omega_i = Y_i^d + M_i^d < 0 \quad (\text{Part VIII})$$

$$L_\rho^d + \Omega_\rho = Y_\rho^d < 0$$

$$0 < \Omega_T = Y_T^d + 1 < 1$$

$$= = = = =$$

$$Y = Y^d + G, \quad M^S = M^d, \quad L^S = L^d \quad (\text{Part IX})$$

$$B^S + B^g = E^b + E^P + E^C$$

$$= = = = =$$

標準的モデルの構成を順に説明する。上記では、制約、行動方程式、市場均衡条件を区別して、各パートで説明される。(Part I) から (Part IV) までが、部分的貨幣創造モデルである。ここでは、均衡マクロ同時決定モデルに接合するための条件を、(Part III) で明らかにしている。(Part I) は、民間銀行部門、中央銀行の制約式、統合された銀行部門の制約式を明らかにし、貨幣供給の定義式を示し、銀行信用との関係を明らかにしている。(part II) は、民間銀行部門の準備預金需要を定式化している。(Part IV) で、部分的貨幣創造モデルで貨幣供給と預金供給（したがって現金供給）が中央銀行の証券需要によって決定されることが明らかにされている。ここまでは、前述したとおりである。

(Part V) の説明に入る前に、変数を定義しておこう。

ρ : 貸出利子率、 i : 証券利子率、 i_R : 超過準備預金金利、とする。

民間銀行部門にとって、超過準備預金は証券と代替的運用資産であり、その需要は、証券利子率の減少関数であり超過準備預金金利の増加関数であると仮定する。民間銀行部門の資金余剰は法定準備を差し引いた(派生)預金供給である。したがって、貨幣供給の増加関数である。民間銀行部門は貸出供給と証券需要で余剰資金を運用し、それらは代替的資産である。貸出供給は、貸出利子率の増加関数、証券利子率の減少関数である。証券需要は証券利子率の増加関数、貸出利子率の減少関数、超過準備預金金利の減少関数、である。

ここで、 B^g : 政府の証券供給、 G : 政府支出、 T : 租税、 Y : 所得、 Y^d : 財の総需要、 B^s : 民間非銀行部門の証券供給、 L^d : 貸出需要、 E^p : 民間非銀行部門の証券需要、 M^d : 貨幣需要、 $\Omega = B^s - E^p$ (証券形態での資金調達の中で部門外への資金需要)、とする。

(Part VI) は、民間非銀行部門の行動方程式である。資金調達とは証券供給と貸出需要によってなされる。代替的であるので、証券供給は証券利子率の減少関数、貸出利子率の増加関数である。貸出需要は、貸出利子率の減少関数、証券利子率の増加関数である。資金需要は所得の増加関数である。民間非銀行部門の財の総需要は、所得の増加関数、利子率の減少関数、租税の減少関数である。その証券需要は、所得と証券利子率の増加関数、租税の減少関数である。 $\Omega_Y < 0$ 、を仮定する。つまり、所得が増加すると証券形態による資金調達は、間接金融の比重が低下することを意味する。

(Part VII) は、民間非銀行部門の制約である収支均等式、財政の制約式、それに加えて銀行部門の制約式を考慮して、経済全体の制約であるワルラス法則が示されている。政府は定額税である租税と証券の供給によって、財政赤字を調達する。

(Part VIII) は、民間非銀行部門の制約条件である。行動方程式を収支均等式に代入して求められる。(Part IX) は市場均衡条件である。貨幣市場の均衡条件は常に成立していると仮定される。財市場、貸出市場、証券市場、の各均衡条件の中で、1 市場の均衡は独立ではない。

民間銀行部門と民間非金融部門の行動方程式を市場均衡条件に代入し、貨幣供給、預金供給の決定を考慮すれば、この標準的モデルを市場均衡条件で集約的に表すと下記のようになることは明らかである。

$$\begin{aligned}
 (26) \quad & Y = Y^d(Y, i, \rho; T) + G \\
 & m(i; i_R) E^C = M^d(Y, i) \\
 & \lambda(\rho, i) \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m(i; i_R) E^C \\
 & = L^d(Y, i, \rho) \\
 & \Omega(Y, i, \rho; T) + (G - T) \\
 & = b(\rho, i; i_R) \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m(i; i_R) E^C + E^C
 \end{aligned}$$

上から順に、財市場の均衡条件、貨幣市場の均衡条件、貸出市場の均衡条件、

証券市場の均衡条件、である。

[2] 貸出市場の瞬時的均衡とその性質

貸出市場の瞬時的均衡を仮定すると、均衡貸出利子率は、次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 (27)-① \quad & \rho = \phi(Y, i; i_R, E^C) \\
 & \phi_Y = L_Y^d / [\lambda_\rho \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m E^C - L_\rho^d] > 0 \\
 & \phi_{EC} = [-\lambda \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m] \\
 & \quad / [\lambda_\rho \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m E^C - L_\rho^d] < 0 \\
 & \phi_{iR} = [-\lambda \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} E^C m_{iR}] \\
 & \quad / [\lambda_\rho \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m E^C - L_\rho^d] > 0 \\
 & \phi_i = [L_i^d - \lambda \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m (E^C / i) \gamma] \\
 & \quad / [\lambda_\rho \{(1 - \tau) / (1 + cu)\} m E^C - L_\rho^d] > 0
 \end{aligned}$$

ただし、貸出利子率が証券利子率の増加関数となるためには、次の条件が必要である⁹。

$$(27)-② \quad \gamma = (i / \lambda) \lambda_i + (i / m) m_i < 0$$

この条件の経済的意味は明らかである。証券利子率が上昇したときに貨幣乗数が増加して貨幣供給が増加し、したがって預金供給が増加し、民間銀行部門の資金余剰が増加し、貸出供給が増加する方向に作用する。これとは逆に、貸出供給と証券需要の代替性からは、貸出供給が減少する方向に作用する。この2つの効果のいずれが大きいかによって、貸出利子率と証券利子率の関係が決まる。ここでは、資金運用に関する代替の利子率弾力性と貨幣乗数の利子率弾力性を比較して、前者の方が大きいと仮定することにより、この条件が保証されているとする。この条件は、後述するように、市場均衡の安定性に影響を及ぼす重要な関係である。

[3] 不均衡調整モデルと財市場均衡の安定性

繰り返し明らかにしてきたように、標準的モデルでは、貨幣市場の均衡が仮定されている。そのことによって、貨幣が創造される（結果として信用が創造される）モデルが定式化された。このモデルでは、貨幣市場の均衡は、いわば信用創造の「場」である。そして、さらに付け加えて貸出市場の瞬時的均衡が仮定される。不均衡になりうる可能性のある市場は、財市場と証券市場のみである。つまり、ワルラス法則の制約のもと、財市場が超過供給であれば、それに正確に対応して証券市場は超過需要となる。超過需要の場合は、逆に、証券市場が超過供給となる。証券市場の状態は、財市場の状態の鏡像である。財市場の不均衡を調整する変数は、所得であり、伝統的なケインジアン調整過程を仮定する。

不均衡調整モデルは、次のようになる¹⁰。

$$(28) \quad \dot{Y} = \alpha [Y^d(Y, i, \phi(Y, i; i_R, E^C); T) + G - Y] \\ m(i, i_R) E^C = M^d(Y, i)$$

不均衡調整モデルは一義的である。証券市場の不均衡状態は、財市場の所得調整に従属している。財市場が均衡に到達すれば、ワルラス法則により証券市場の均衡も保証される。

貨幣市場の均衡は証券利利率の瞬時的変化によって保証される。瞬時的均衡解は、次のように表される。

$$(29) \quad i = l(Y; i_R, E^C) \\ l_Y = M_Y^d / (m_i E^C - M_i^d) > 0 \\ l_{EC} = -m / (m_i E^C - M_i^d) < 0 \\ l_{iR} = -E^C m_{iR} / (m_i E^C - M_i^d) > 0$$

下記の性質が成立すれば、市場均衡は安定である。

$$(30) \quad d\dot{Y}/dY = \alpha [(Y_Y^d - 1) + Y_\rho^d \phi_Y + (Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i) l_Y] < 0$$

モデルにおかれた仮定からは、この条件は一般的には成立しない。そこで、次のような十分条件が仮定されれば成立することは明らかである。

$$(31) \quad \phi_i > 0$$

これが充たされない場合でも、下記の十分条件が成立すれば、安定性は保証される。

$$(32) \quad Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i < 0$$

(31) 式が充たされない場合、財の需要の証券利子率感応性が大きければ大きいほど、この条件は充たされ安定である。以下では、いずれかの条件が充たされていると仮定する。

[4] 超過準備預金金利の政策的変更と量的緩和政策のマクロ的効果

2つの金融政策のマクロ的効果は、簡単な比較静学分析で理解することが可能である。

$$(33) \quad Y = Y^d [Y, i, \phi(Y, i; i_R, E^C); T] + G \\ m(i, i_R) E^C = M^d(Y, i)$$

貸出市場の瞬時的な均衡が仮定されているので、ワルラス法則は、3市場の関係に転換される。そこで、同時均衡を分析する場合、通常のように、証券市場の均衡条件を消去すれば、このモデルで、均衡所得と均衡証券利子率が内生的に決定される。

$$(34) \quad \partial Y / \partial i_R = [Y_\rho^d \phi_{i_R} (m_i E^C - M_i^d) - E^C m_{i_R} (Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i)] / \Delta_1 < 0$$

$$\partial i / \partial i_R = [\{ (1 - Y_Y^d) - Y_\rho^d \} (-E^C m_{iR}) + M_Y^d Y_\rho^d \phi_{iR}] / \Delta_1 \leq 0$$

$$\partial Y / \partial E^C = [Y_\rho^d \phi_{EC} (m_i E^C - M_i^d) - m (Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i)] / \Delta_1 > 0$$

$$\partial i / \partial E^C = [-m \{ (1 - Y_Y^d) - Y_\rho^d \phi_Y \} + M_Y^d Y_\rho^d \phi_{EC}] / \Delta_1 \leq 0$$

$$\Delta_1 = \{ (1 - Y_Y^d) - Y_\rho^d \phi_Y \} (m_i E^C - M_i^d) - M_Y^d (Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i) > 0$$

上記の結果から、超過準備預金金利の引き下げは所得を増加させることがわかる。しかしながら、証券利子率への引き下げ効果は確定しない。それは、証券利子率への所得増大の間接的効果があるからである。したがって、貸出利子率も下落するかどうかはわからない。超過準備預金金利の引き下げは、直接的には貨幣乗数を増加させ、民間銀行部門の資金余剰を増加させるので、この面からは貸出供給が増加する。したがって、瞬時に貸出利子率を低下させる。量的緩和政策のマクロ的効果も有効であると同時に二つの利子率への効果は一義的には決まらない。このことは、信用と貨幣の創造をモデルに組み込んだ標準的モデルでは、利子率のコントロールは、困難であることを示している。

2つの拡張的財政政策は、いずれも有効であり、単純な IS/LM 分析と同様である。

$$(35) \quad \begin{aligned} \partial Y / \partial G &= (m_i E^C - M_i^d) / \Delta_1 > 0 \\ \partial i / \partial G &= M_Y^d / \Delta_1 > 0 \\ \partial Y / \partial T &= \{ Y_T^d (m_i E^C - M_i^d) \} / \Delta_1 < 0 \\ \partial i / \partial T &= (Y_T^d M_Y^d) / \Delta_1 < 0 \end{aligned}$$

5. 代替的な均衡マクロ同時決定モデルと信用創造

前述したように、伝統的な部分的信用創造モデルでは、預金について本源的預金と派生預金の区別がなされている。以下では、均衡マクロ同時決定モデルに接続するために、この2つの預金は、民間銀行部門の供給変数とする。本源的預金供給は、銀行信用とは独立した預金供給であり、派生預金供給は銀行信用に依存した預金供給である。つまり、代替モデルでは、預金供給には、派生預金供給以外にも独立した預金供給が存在することを認めている。

民間銀行部門の信用創造能力の存在が、ただちにこの預金供給の存在を否定することにはならない。以下では、本源的預金を持つ部分的信用創造モデルを均衡マクロ同時決定モデルに接続することにより、標準的モデルの代替的モデルを構築し、その含意の異動を論じる。

そのためには、接続の条件が明らかにされなければならない。それは、本源的預金供給の内生的決定を明らかにすることである。民間非銀行部門の預金需要は、一般的には派生預金供給を上回り、その超過部分が本源的預金供給になると仮定する。民間銀行部門はこの超過部分を受動的に供給する。これらの仮定が、接続の条件（インターフェイス）となる。

[1] 部分的信用創造モデル

部分的信用創造モデルは、以下の通りである。(Part 1) は、銀行部門の制約式と貨幣供給の定義である。預金供給は派生預金供給と本源的預金供給(D^{*s}) に区別される。(Part II) 民間銀行部門の行動方程式である。

$$\begin{aligned}
 (36) \quad & D^{*s} + D^s - R^d = L^s + E^b, \\
 & CU^s + R^d = E^c, \\
 & (M^s = L^s + E^b + E^c) \qquad \qquad \qquad (\text{Part I}) \\
 & M^s = D^{*s} + D^s + CU^s,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{= = = = =} \\
& R^d = \tau (D^{*S} + D^S) + ER, \quad 0 < \tau < 1 \quad (\text{Part II}) \\
& ER = \varepsilon (1 - \tau) D^S, \quad 0 < \varepsilon < 1 \\
& D^S = \delta (L^S + E^b + E^C), \quad 0 < \delta < 1 \\
& \text{= = = = =}
\end{aligned}$$

このモデルは、集約的には、民間銀行信用、 $L^S + E^b$ 、を内生変数とした一次方程式に集約される。それを解くと、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
(37) \quad & L^S + E^b = k_1 D^{*S} + k_2 E^C, \\
& k_1 = \{(1 - \tau) (1 - \varepsilon)\} / \{1 - (1 - \tau) (1 - \varepsilon) \delta\} > 0 \\
& k_2 = \delta k_1
\end{aligned}$$

部分的信用創造モデルの核心は、この民間銀行信用と他の外生変数の関係性が全てである。外生的な本源的預金と中央銀行の証券需要のそれぞれの増加の乗数倍だけ民間銀行信用は増加する。

この部分的信用創造モデルは中央銀行の制約式が明示されているので、銀行信用と貨幣供給が等価であることを意味する統合された銀行部門の制約式から、貨幣供給、預金供給、現金供給がすべて決定される。

$$\begin{aligned}
(38) \quad & M^S = k_1 D^{*S} + m E^C, \\
& m = 1 + k_2 = 1 + \delta k_1 > 1, \\
& D^S = \delta M^S, \quad D^{*S} + D^S = D^{*S} + \delta M^S = m D^{*S} + \delta m E^C, \\
& CU^S = (1 - \delta) M^S - D^{*S} = ((1 - \delta) k_1 - 1) D^{*S} + (1 - \delta) m E^C, \\
& (1 - \delta) k_1 - 1 = k_1 - m < 0
\end{aligned}$$

貨幣供給は、本源的預金供給と中央銀行の証券需要（ベースマネーの供給）によって決定され、それぞれの増加の乗数倍だけ増加する。ベースマネー供給と貨幣供給の関係性が貨幣乗数であった。

民間銀行部門の行動方程式には、準備預金需要以外に貸出供給と証券需要がある。これらの定式化は、本源的預金供給の変更以外、標準的モデルと本質的には同じである。

$$\begin{aligned}
 (39) \quad & L^S = \lambda (\rho, i) (1 - \tau) (D^{*S} + D^S) \\
 & E^b = b (\rho, i, i_R) (1 - \tau) (D^{*S} + D^S) \\
 & \varepsilon = \varepsilon (i; i_R), \quad \varepsilon_i < 0, \quad \varepsilon_{iR} > 0 \\
 & \lambda_\rho > 0, \quad \lambda_i < 0, \quad b_\rho < 0, \quad b_i > 0, \quad b_{iR} < 0 \\
 & \lambda (\rho, i) + b (\rho, i; i_R) + \varepsilon (i; i_R) = 1 \\
 & m = m (i; i_R), \quad k_1 = k_1 (i; i_R), \quad k_2 = k_2 (i; i_R) \\
 & m_i, \quad k_{1,i}, \quad k_{2,i} > 0, \quad m_{iR}, \quad k_{1,iR}, \quad k_{2,iR} < 0
 \end{aligned}$$

民間非銀行部門の行動方程式、収支均等による制約式は、標準的モデルと同様であるが、代替モデルでは、現金需要の預金需要に対する比率が一定であると仮定しない。つまり、貨幣需要は統合されないし、貨幣市場も統合されない。現金需要と預金需要は別個に定式化される。単純に、所得の増加関数、証券との代替性を考慮して、証券利子率の減少関数と仮定される。

$$\begin{aligned}
 (40) \quad & D^d = D^d (Y, i), \quad CU^d = CU^d (Y, i) \\
 & D_Y^d > 0, \quad D_i^d < 0, \quad CU_Y^d > 0, \quad CU_i^d < 0 \\
 (41) \quad & \Omega (Y, i, \rho; T) + L^d (Y, i, \rho) + Y = Y^d (Y, i, \rho; T) \\
 & + CU^d (Y, i) + D^d (Y, i) + T
 \end{aligned}$$

政府の収支均等式は同じであるので、ワルラス法則は、次のように示される。

$$\begin{aligned}
 (42) \quad & \{Y - (Y^d + G)\} + \{\Omega + (G - T) - (E^b + E^c)\} \\
 & + \{(D^{*S} + D^S) - D^d\} + (CU^S - CU^d) + (L^d - L^S) = 0
 \end{aligned}$$

均衡マクロ同時決定モデルは、下記の市場均衡条件で構成される。

$$(43) \quad Y = Y^d + G, \quad D^{*S} + D^S = D^d, \quad CU^S = CU^d \\ \Omega + (G - T) = (E^b + E^C), \quad L^S = L^d$$

預金供給、現金供給、銀行信用も鍵となる変数である貨幣供給を使って表すことができるので、それを集約的に関数形式で表しておこう。

$$(44) \quad M^S = M^S(i, D^{*S}, E^C) \\ M_{i,i}^S = k_1, {}_iD^{*S} + m_i E^C > 0, \quad M_{D^{*S}}^S = k_1 > 0 \\ M_{E^C}^S = m > 1, \quad M_{iR}^S = k_1, {}_{iR}D^{*S} + m_{iR} E^C$$

これらの市場均衡条件で構成される均衡マクロ同時決定モデルでは、所得、証券利子率、貸出利子率の3つが内生変数で、同時均衡で同時に決定される。市場均衡条件は、財市場、証券市場、貸出市場、預金市場、現金市場の5つである。ワルラス法則により任意の1市場は独立ではないが、それを考慮してもモデルは過剰決定となることは明らかである。過剰決定の解消には、隠れた内生変数を探るか、標準的モデルとは別の市場統合の仮説を考える以外にない。つまり、銀行信用とは独立した本源的預金が存在する場合は、部分的信用創造モデルを同時均衡モデルに整合的に接合するためには、新たな条件が必要である。

本稿では、内生変数を整合的に追加することにより、接合の条件（インターフェイス）とする。それは、本源的預金供給の内生化である。総預金需要は派生預金を上回る決済用預金の需要が存在すると仮定する。預金需要は所得の増加関数であり、この性質は、民間銀行信用の需要を増加させその結果派生預金需給が増加することを意味するだけでなく、銀行信用とは独立に需要される決済用預金の需要を増加させることを意味する。

$$(45) \quad D^{*S} = D^d - D^S > 0$$

(45) 式は、銀行信用と独立した本源的預金は、派生預金供給を上回る預金

需要に対応して受動的に供給される。これは預金市場の均衡条件を変形したものに過ぎないが、経済的意味が重要である。この内生変数の追加は、後述するように極めて大きな影響を与える。それは、預金市場は常に均衡し、本源的預金と派生預金の合計である総預金供給は、総預金需要が増加しない限り、増加しない。これはかつての銀行主義の考え方である。信用創造のプロセスも預金需要が伴わない限りありえないことは、重要な論点となるであろう。この条件を付け加えることにより、過剰決定は解消し、部分的信用創造モデルは整合的に均衡マクロ同時決定モデルに接合される。

[2] 代替的モデル

市場均衡条件に、行動方程式と貨幣供給関数を代入し、代替的モデルを集約的に下記のように表しておこう。

$$\begin{aligned}
 (46) \quad & Y = Y^d(Y, i, \rho; T) + G, \\
 & D^{*S} + \delta M^S(i, D^{*S}; E^C, i_R) = D^d(Y, i), \\
 & (1 - \delta) M^S(i, D^{*S}; E^C, i_R) - D^{*S} = CU^d(Y, i), \\
 & \lambda(\rho, i)(1 - \tau)(D^{*S} + \delta M^S(i, D^{*S}; E^C, i_R)) = L^d(Y, i, \rho), \\
 & \Omega(Y, i, \rho; T) + G - T = M^S(i, D^{*S}; E^C, i_R) - L^d(Y, i, \rho)
 \end{aligned}$$

上から順に、財市場の均衡条件、預金市場の均衡条件、現金市場の均衡条件、貸出市場の均衡条件、証券市場の均衡条件、である。単純化するために、貸出市場の瞬時的均衡を仮定する。証券市場の均衡条件には、統合された銀行部門の制約と貸出市場の均衡が考慮されている。

$$(47) \quad E^b + E^C = M^S - L^S = M^S - L^d$$

預金市場は本源的預金供給を内生的に決定するので、常に均衡している。財市場、現金市場、証券市場は、一般的には均衡は成立しない。これらの市場の不均衡の1つは独立ではない。

[3] 不均衡調整モデル

標準的モデルでは、貨幣市場は常に均衡していたが、代替的モデルでは、預金市場は常に均衡するが、現金市場は一般的には均衡しない。証券市場の不均衡は消去して、不均衡調整モデルを、財市場と現金市場の不均衡で構成する。

所得と証券利子率が与えられたとして、預金市場と貸出市場の均衡条件から、本源的預金供給と貸出利子率の均衡解を導出しておこう。

$$\begin{aligned}
 (48) \quad & D^{*S} + \delta M^S(i, D^{*S}; E^C, i_R) = D^d(Y, i) \\
 & \lambda(\rho, i)(1 - \tau)(D^{*S} + \delta M^S(i, D^{*S}; E^C, i_R)) = L^d(Y, i, \rho) \\
 (49) \quad & D^{*S} = \Psi(Y, i; E^C, i_R), \quad \rho = \Phi(Y, i; E^C, i_R) \\
 & \Psi_Y > 0, \Psi_i < 0, \Psi_{EC} < 0, \Psi_{iR} > 0, \Phi_Y \leq 0, \Phi_i > 0 \\
 & \Phi_{EC} = 0, \Phi_{iR} = 0
 \end{aligned}$$

(49) 式の性質を説明する。所得と証券利子率が与えられた下なので、これらの変数の外生的変化でない限り、預金需要は固定している。預金市場は均衡しているので、所得と証券利子率が変化しない下では、全体としての預金需給は固定しているので、中央銀行の金融政策は民間銀行部門の資金余剰に影響を及ぼさない。したがって、この部分均衡の下では、貸出利子率にも影響を及ぼさない。

証券利子率が上昇した場合を考える。預金需要は減少するので、全体としての預金供給は減少する。したがって、本源的預金供給は減少する。貸出市場では代替効果からは貸出供給は増加する。預金供給は減少するので、それらの相対関係で貸出利子率への効果は決まる。

貨幣供給への影響、つまり貨幣乗数、信用乗数へのプラスの影響よりも、代替効果の方が相対的に大きければ、貸出利子率も上昇する。バーナンキ=ブラインダー以来、よく登場する関係である。証券利子率と貸出利子率の同方向の変動を保証する条件である。

$$(50) \quad \dot{Y} = \lambda (1 - \tau) \delta M^s \{(\lambda_i / \lambda) + (M_i^s / M^s)\} < 0$$

証券利率が上昇すれば、派生預金が信用乗数、貨幣乗数の効果を通じて増加し預金供給全体として増加するが、本源的預金供給は減少する。証券利率が下落する場合も同様に説明することができる。

所得が増加した場合、預金需要は増加するので全体としての預金供給も増加する。それは本源的預金供給の効果である。したがって、貨幣供給も増加する。この効果は標準的モデルでも貨幣市場均衡の効果を通じて、作用している。この場合、貸出利率の方向は一義的には決まらない。所得の増加は資金余剰を増加させるが、同時に貸出需要を増加させることは明らかである。この相対関係が貸出利率の方向を決める。所得の貸出需要への効果が預金需要への効果よりも相対的に大きければ、貸出利率は上昇する。逆の場合は、それは下落する。

本源的預金供給と貸出利率の均衡解を財市場と現金市場の不均衡に代入して、不均衡調整モデルを定式化する。財市場の不均衡を調整するのは所得であり現金市場の不均衡を調整するのは証券利率であると特定化する。それは、次のような不均衡調整モデルである。

$$(51) \quad \begin{aligned} \dot{Y} &= \alpha [Y^d(Y, i, \phi(Y, i; E^c, i_R); T) + G - Y], \quad \alpha > 0 \\ \dot{i} &= \beta [CU^d(Y, i) \\ &\quad - (1 - \delta) M^s(i, \Psi(Y, i; E^c, i_R); E^c, i_R) \\ &\quad + \Psi(Y, i; E^c, i_R)], \quad \beta > 0 \end{aligned}$$

この不均衡調整モデルの定常均衡では市場均衡が保証され、それは (46) 式で与えられる。市場均衡の局所的安定性のための必要十分条件は、次のように導出される。

$$\begin{aligned}
(52) \quad \Delta_2 = & [(Y_Y^d - 1) + Y_\rho^d \phi_Y] [CU_i^d - (1 - \delta) M_i^s \\
& - \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_i] \\
& - [Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i] [CU_Y^d - \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_Y] > 0, \\
& \alpha \{(Y_Y^d - 1) + Y_\rho^d \phi_Y\} + \beta [CU_i^d - (1 - \delta) M_i^s \\
& - \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_i] < 0
\end{aligned}$$

この不均衡調整モデルの市場均衡が安定であるための十分条件は、次の性質で与えられる。

$$(53) \quad \phi_Y > 0, \quad \phi_i > 0$$

これより緩やかな十分条件も考えられる。

$$(54) \quad Y_Y^d - 1 + Y_\rho^d \phi_Y < 0, \quad Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i < 0$$

これらの経済的意味は、標準的モデルと同様であるが、相違するのは、所得の貸出利子率への影響が異なるために、所得増加が貸出利子率を下落させる可能性があり、この場合に代替モデルは不安定となる可能性がある。貨幣供給は所得の増加関数であり、預金供給を増加させ、民間銀行部門の資金余剰を増加させる。この効果が標準的モデルには存在しない。

[4] 均衡モデルと金融財政政策の有効性

これらの安定条件が充たされている場合、(46) 式の均衡マクロ同時決定モデルで、金融財政政策の効果を導出することができる。財政政策の効果は、通常の IS/LM 分析と変わらないので省略する。

$$\begin{aligned}
(55) \quad \partial Y / \partial E^c = & [-(Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i) [(1 - \delta) m \\
& + \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_{EC}]] / \Delta_2 > 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial i / \partial E^c &= [\{(Y_Y^d - 1) + Y_\rho^d \phi_i\} [(1 - \delta) m \\ &\quad + \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_{EC}]] / \Delta_2 < 0 \\ \partial Y / i_R &= [-(Y_i^d + Y_\rho^d \phi_i) [(1 - \delta) M_{iR}^s \\ &\quad + \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_{iR}]] < 0 \\ \partial i / \partial i_R &= [\{(Y_Y^d - 1) + Y_\rho^d \phi_Y\} [(1 - \delta) M_{iR}^s \\ &\quad + \{(1 - \delta) k_1 - 1\} \Psi_{iR}]] / \Delta_2 > 0\end{aligned}$$

標準的モデルの場合、金融政策の証券利率への効果は一義的には確定しなかった。むしろ代替モデルの方が、IS/LM 分析と同じ結果を得ている。

6. 結語

伝統的な信用創造理論の鍵となる概念は、民間銀行信用の供給すなわち金融仲介から生み出される派生預金にあった。民間銀行部門のこの信用創造能力を過大に強調し、民間銀行部門が預金需要とは全く無関係に預金供給を生み出す能力があるとする議論も生まれた。だが、他方では、かつての 1970 年代の過剰流動性によるインフレ論争の時も、1990 年代のバブル崩壊後のマネーサプライ論争の時も、金融当局関係者によって、流動性需要が存在するから流動性は受動的に供給されていくこと、また不況の際には、資金需要が出てこないから貸出は増加しないしマネーサプライも増加しないと、主張されたことを記憶している。これらは概ね銀行主義的な見解であると考えられる。では、上記のように、民間銀行部門の信用創造能力を過大に強調される論者は、銀行主義の見解を否定していることになるのか。このような疑問が筆者の脳裏に常に存在した。本稿は、このような問題意識から、執筆されている。

本稿は、筆者がこれまで解決しようとした問題、部分的信用創造モデル、部分的貨幣創造モデルを均衡マクロ同時決定モデルに接続するという問題の最後の謎であった問題に挑戦したものである。標準的モデルは、貨幣創造の核心的

概念である貨幣乗数をベースマネーの定義式から導出するために、預金に対する現金の結合比率を経験的に妥当すると仮定して持ち込んだが、本稿でも明らかにしたように、これは伝統的な部分的信用創造モデルと、本源的預金の存在を無視すれば同値であることがわかっている。筆者もこの線で多くの論文を執筆してきたが、依然として残された問題は、本源的預金の存在、つまり派生預金とは異なり銀行信用と結びつかない預金需給の存在がどのような意味をもち、均衡マクロ同時決定モデルに接合することができるのかという問題であった。本稿は、このような問題の解決のための一試論である。

注

1. 本来、理論的には、民間銀行信用の供給について、証券形態での供給（証券需要）も含めて説明するべきであるが、この部分モデルが説明された戦後の高度成長初期の段階では（少なくとも日本経済では）、銀行部門の証券需要の重要性の程度は小さかった。また、準備に関しても、所要準備ではなく超過準備を含む支払準備として説明するべきである。
2. 預金保有に対する現金保有の比率は、貨幣ストックが預金と現金で構成される限り、貨幣ストックに対する現金保有の比率でも、貨幣ストックに対する預金保有の比率でも、置き換えることが可能である。
3. テキストに現れる部分的貨幣創造モデルは、本来、定義的可能性を示すモデルであるが、ベースマネーが何らかの中央銀行信用によって供給されることを、つまり中央銀行の制約式を明らかにすることによって、部分的な貨幣供給決定モデルとなる。
4. 体系的に論じているのは、下記の文献である。
二木雄策『マクロ経済学と証券市場』同文館、1922年、参照。
拙著『マクロ金融経済と信用・貨幣の創造』東洋経済新報社、2015年。
5. 中央銀行信用は証券需要の形態をとり、対民間銀行部門貸出はないと仮定する。つまり、ベースマネーは中央銀行の証券需要を通じて供給される。また、(1)式は、預金を資金源泉として、それを本源的証券の需要と準備預金として追加的に支出するという民間銀行部門の（フロー）収支均等式にも理解される。
6. 拙稿「マクロ的枠組みの下での貨幣と銀行信用の基本問題について」『金融経済研究』第32号、2011年、(日本金融学会2010年度秋季大会、会長講演、於神戸大学、2010年10月)、参照。
7. 均衡マクロ同時決定モデルは不均衡調整プロセスがあつてはじめて成立する。均衡でこの仮定が成立するのであるから、それは、需要でも供給でもあるとする考え方は、不均衡調整過程の意識が欠如しているといわなければならない。上記の仮定が、需要比率でもあり供給比率でもあるとすれば、それは、現金と預金に関してそれぞれ需給が一致すること

を意味する。この部分モデルを均衡マクロ同時決定モデルにこの仮定を踏襲して接合すると、それに対応する不均衡調整モデルでは、貨幣市場は常に均衡していなければならない。このように、この仮定は、後述するように、マクロ信用創造モデルの不均衡調整過程を本質的に特徴づけることになる。前掲拙稿，2011 年，参照。

8. (23)－① [] で囲まれた式は、独立ではない。この標準的な部分モデルを均衡マクロ同時決定モデルに接合した標準モデルは、下記の文献を参照。拙著『マクロ金融経済と信用・貨幣の創造』東洋経済新報社，2015 年。
9. パーナンキ＝ブラインダーが明らかにした条件である。
Bernanke, B. S. and A. S. Blinder, Credit, Money, and Aggregate Demand, American Economic Review, Vol. 78, No. 2, 1988.
- 10 証券市場の不均衡は、統合された銀行部門の制約と貸出市場の均衡から、

$$E^b + E^c = M^s - L^d$$
 となるので、次のように変形される。

$$\Omega [Y, i, \phi (Y, i; i_R, E^c) ; T] \\ + (G - T) \leq m (i; i_R) E^c - L^d [Y, i, \phi (Y, i; i_R, E^c)]$$

A Weak Proof of the Goldbach Conjecture

Hiroyoshi Koza*

Abstract

We attempt to prove the Goldbach conjecture by using Chebyshev's theorem, as well as the properties of inequalities and the harmonic mean. The Goldbach conjecture is revealed when the smallest sum of two primes is calculated, and the even number derived from the harmonic mean is the largest sum of two primes. We also find that the Goldbach conjecture holds when there is a large gap between the prime numbers, or when the two prime numbers are the same. Much of this content is based on Koza [4].

1. Introduction

Most of the research on prime numbers is devoted to the Riemann and Goldbach conjectures, as these are difficult, unsolved problems. The Goldbach conjecture is that "all even numbers greater than or equal to 4 can be expressed as the sum of two prime numbers". Tao [6] proved that odd

* Aichi University, Faculty of Business Administration, Japan (e-mail: koza@aichi-u.ac.jp)
4-60-6, Hiraike-cho, Nakamura-ku, Nagoya-city, Aichi 453-8777 JAPAN

numbers above 3 can be represented as the sum of five prime numbers, and Helfgott [2] attempted to prove Goldbach's weak conjecture with a large gap between prime numbers. Meanwhile, the weak conjecture was verified computationally (Helfgott and Platt [3]). The gap between prime numbers was studied by Maynard [5] and Ford, Green, Konyagin, and Tao [1].

Considering these studies, we attempt to prove the Goldbach conjecture by using Chebyshev's theorem (or the Bertrand-Chebyshev theorem), as well as the properties of inequalities and the harmonic mean. The Goldbach conjecture is displayed when the smallest sum of two primes is calculated, and the even number derived from the harmonic mean is the largest sum of two primes.

2. Weak Proof of the Goldbach conjecture

If Chebyshev's theorem holds for the real number axis, the range of prime numbers is

$$(1) \quad a < P_k < 2a ,$$

where a ($2 \leq a$) is a natural number and P_k is a prime number. Then, another prime number on the same axis is similarly represented by

$$(2) \quad b < P_m < 2b ,$$

where b ($2 \leq b$) is a natural number and P_m is a second prime number. Then, adding (1) and (2), the sum of the two primes is given by

$$(3) \quad a + b < P_k + P_m < 2(a + b) .$$

The range is reduced using the geometric and harmonic means on the third term in (3). Indicating both equality and inequality signs at the harmonic

mean as the final mean, we obtain

$$(4) \quad a + b < P_k + P_m \leq \frac{8ab}{a+b} < 4 \sqrt{ab} < 2(a + b),$$

where $a \neq b$. Then, (4) simplifies to

$$(5) \quad a + b < P_k + P_m \leq \frac{8ab}{a+b}.$$

There must be at least two prime numbers in (5), and because $3 \leq a$ and $5 \leq b$, $8 \leq a + b$. Then, (5) can be rewritten as

$$(6) \quad 8 \leq P_k + P_m \leq \frac{8ab}{a+b}.$$

The value of the harmonic mean in (6) suggests that the sum of two prime numbers is the highest even number. We consider that this formula maximizes the sum of two prime numbers while minimizing the range. Furthermore, upon transforming the third term of (6), it can be written as

$$(7) \quad 8 \leq P_k + P_m \leq \frac{8ab}{a+b} = \frac{8a}{\frac{a}{b} + 1}.$$

Here, if b is much larger than a , then $\frac{a}{b} \approx 0$. Substituting this into the fourth term of (7), we obtain

$$(8) \quad 8 \leq P_k + P_m \leq 8a.$$

Furthermore, (8) can be rewritten as

$$(9) \quad 8 \leq P_k + P_m \leq 2a,$$

where $4 \leq a$. When the minimum value of (9) is 8, $a = 4$. This equation will yield an even number of 4 or more. There is no problem provided that each prime range has only one prime number. Since there is an odd number

immediately preceding each of the even numbers $2a$ in (1) and $2b$ in (2), if that odd number is a prime number, or if we use this method to determine the range of prime numbers, then from (9), we obtain

$$(10) \quad P_k + P_m = 2a .$$

Since each of a and b is a natural number, of which there are an infinity, there is an infinite range of prime numbers. Therefore, since P_k and P_m are any prime numbers, any sum of two primes is an even number.

Further, if $a = b$, then the minimum sum of two primes is 4. Substituting $a = b$ into (5) gives

$$(11) \quad 4 \leq P_k + P_m \leq 4a .$$

Using the same interpretation as above, (11) can be written as

$$(12) \quad P_k + P_m = 2a ,$$

where $2 \leq a$. When there is one prime number in each range, (12) does not hold, from (1) and (2). However, if $P_{k-1} \leq a$ and $P_{m-1} \leq a$, this is satisfied by

$$(13) \quad P_{k-1} + P_{m-1} = 2P_{k-1} = 2P_{m-1} = 2a .$$

From (13), we have

$$(14) \quad P_{k-1} = P_{m-1} = a .$$

According to Chebyshev's theorem, this indicates that the prime number immediately preceding a is P_{k-1} and P_{m-1} . By contrast, when there are two prime numbers in the same range, from (1) and (12), we must have $P_k \neq P_m$. In addition, the Goldbach conjecture holds for the sum of two prime numbers when there is a large gap between the larger and smaller prime

numbers, with the range given by a large value of a . The interpretation is the same as when there is a considerable difference between a and b .

3. Conclusion

We attempted to prove the Goldbach conjecture, using the properties of inequalities under the existence of prime numbers derived from Chebyshev's theorem. We found that the properties of the harmonic mean can be applied to the properties of prime numbers, and considered cases where there is a difference in the range of each prime number, two prime numbers are within the same range, or there is an extremely large range. Finally, we clarified that the Goldbach conjecture holds when there is a large gap between the prime numbers, or when the two prime numbers are the same.

Reference

- [1] K. Ford, B. Green, S. Konyagin and T. Tao, Large gaps between consecutive prime numbers, *Annals of Mathematics*, vol. 183 (2016), pp. 935-974.
- [2] H. A. Helfgott, The ternary Goldbach conjecture is true, (2013) arXiv: 1312. 7748 [math. NT]
- [3] H. A. Helfgott and D. J. Platt, (201 Numerical verification of the ternary Goldbach conjecture up to $8.8755 \cdot 10^{30}$, *Experimental Mathematics*, vol. 22 (2013), pp. 406-409.
- [4] H. Koza, A proof of the Goldbach conjecture, *The Keiei Sogo Kagaku (Journal of Managerial Research)*, Institute of Managerial Research, Nagoya, Japan, vol. 113 (2020), pp.149-153.
- [5] J. Maynard, Large gaps between primes, *Annals of Mathematics*, vol. 183 (2016), pp. 915-933.
- [6] T. Tao, Every odd number greater than 1 is the sum of at most five primes, *Mathematics of Computation*, vol. 3 (2014), pp. 997-1038.

Nelder-Mead 法の数学的基礎

有澤 健治[†]

Abstract

Mathematical foundation of Nelder-Mead simplex method is investigated under the objective function of continuous strictly quasiconvex function with bounded level set. It is shown that the diameters of simplex series converge to 0 if the number of consecutive reflections is always finite.

1 はじめに

Nelder-Mead 法とは、 n 次元ユークリッド空間の実数値関数 $f(\boldsymbol{x})$ を与え、その下で $f(\boldsymbol{x})$ の最小値を微分に頼らずに求める方法の一つである。Lagarias[18]によれば、Nelder-Mead 法は広く使われているにも関わらず数学的に基礎づけられていない。言い換えれば Nelder-Mead 法が成立する関数 $f(\boldsymbol{x})$ の特徴がよく分かっていないのである。

Lagarias は $f(\boldsymbol{x})$ を「有界なレベル集合を持つ厳密な凸関数」の仮定の下で議論し、いくつかの重要な結果を残している。しかしながら Nelder-Mead 法の分析は極めて煩雑であり、 $n \geq 2$ での最小値への収束の証明にすらも至っていない。Gao[21] は厳密な凸関数の条件を強めた一様な凸関数 (uniformly convex) の概念の下に議論を展開し、任意の n の下に収束性の証明を試みている。

ここでは彼らのアプローチとは逆に、「厳密な凸関数」の条件を弱めて、 $n = 1$ の場合には「厳密な準凸関数」の下に、 $n > 1$ の場合には「有界なレベル集合と連続性」を条件に加えて議論を展開する。「有界なレベル集合を持つ連続で厳密な準凸関数」は Lagarias や Gao から一歩進めるには手頃な条件である。この下で彼らの得た結論を (緩和された条件の下で) 全て導くことが、この論文の

[†]Kenji Arisawa, Aichi University, Nagoya, Japan, arisawa@aichi-u.ac.jp

目標である。証明は多くの場合分けを含み、煩雑であるが、それでも Lagarias の証明に比べると、かなり簡単になっている。この論文 (記事) を読むには根気が必要である¹。

2 凸解析の基礎

最初に、凸集合と凸関数および一般化された凸関数の定義と性質を Nelder-Mead 法の理解に必要な限りにおいて解説する。凸集合と凸関数に関しては Rockafellar[6] が詳しい。和書としては布川 [11] にも (詳しくはないが) 載っている。一般化された凸関数に関しては Cambini[15] が良く纏まっている²。

2.1 記号の意味

R 実数の集合

R^n n 次元ユークリッド空間

$:=$ 定義を表す

区間 「区間」概念を R^n の任意の 2 点 x_1, x_2 に拡張して

$$(x_1, x_2) := \{(1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2; 0 < \lambda < 1\}$$

とする。 $\lambda = 0$ を許す場合 $[x_1, x_2)$ とする。同様に $\lambda = 1$ を許す場合 $(x_1, x_2]$ とする。共に許すなら $[x_1, x_2]$ である。

2.2 アフィン集合

R 上の n 次元線形空間 R^n の部分集合 A が

$$x_1, x_2 \in A \implies \{(1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2; \lambda \in R\} \subset A$$

¹解説記事のつもりで書いた文章だが、新しい視点による新しい内容を含む。基礎から書かれているために、論文としては分量が多すぎる嫌いがある。なお多数の新しい証明を含む。証明に誤りが見つかった場合には <http://ar.nyx.link/min/> にて訂正する予定である。修正、追加についても同様である

²一般化された凸関数の一つである「厳密な準凸関数」は、この論文の土台である。しかるに、厳密な準凸関数の歴史はまだ浅く、解説書を見つけるのが難しい。Cambini に尽きるのではないかと思える。なお Lagarias が厳密な準凸関数を議論の基礎に置かなかったのは無理からぬことである。彼が論文を書いた頃には「厳密な準凸関数」の概念は確立していなかったはずであるから

満たすとき、 A は**アフィン集合**であると言われる。つまりアフィン集合 A とは、その中の任意の 2 点を結ぶ直線が A に含まれるような集合である。

特に、空集合、ただ 1 点から成る集合、 $\mathbf{R}^n$ もアフィン集合である。アフィン集合の共通部分もアフィン集合となる。

アフィン集合の次元: $\mathbf{x}_0 \in A$ とすれば、集合 $V := \{\mathbf{x} - \mathbf{x}_0; \mathbf{x} \in A\}$ は $\mathbf{R}^n$ の線形部分空間となる。 A の次元 $\dim A$ を $\dim V$ で定義する。

アフィン変換: アフィン集合 A からアフィン集合 A' への写像 $\phi(\mathbf{x})$ が、任意の $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in A$, $\lambda \in \mathbf{R}$ について

$$\phi((1-\lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) = (1-\lambda)\phi(\mathbf{x}_1) + \lambda\phi(\mathbf{x}_2)$$

を満たすとき $\phi(\mathbf{x})$ はアフィン変換と言われる。 $A \subset \mathbf{R}^n$, $A' \subset \mathbf{R}^m$ とし、 M を $\mathbf{R}$ 上の $m \times n$ 行列、 $\mathbf{c}$ を $\mathbf{R}^m$ のベクトルとすると $M\mathbf{x} + \mathbf{c}$ はアフィン変換である。

$\mathbf{x}'_i = \phi(\mathbf{x}_i)$ ($i = 1, 2, \dots$) とすると

$$\mathbf{x}_3 = (1-\lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2 \implies \mathbf{x}'_3 = (1-\lambda)\mathbf{x}'_1 + \lambda\mathbf{x}'_2$$

である。従ってアフィン変換によって

- 直線は直線に変換される
- 直線上の 3 点の分割比は保存される

$\mathbf{R}^n$ の部分集合 S に対して、集合 $\text{aff } S$ を

$$\text{aff } S := \left\{ \sum_{i=1}^k \lambda_i \mathbf{x}_i; \mathbf{x}_i \in S, \lambda_i \in \mathbf{R}, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \right\}$$

で定義する³。ここに $\sum_{i=1}^k$ はあらゆる有限部分和である (k を固定しない)。特に S が m 個の点の集合であれば、 $k = m$ とできる。 $\text{aff } S$ はアフィン集合となる。

$\mathbf{R}^n$ の部分集合 S に対して $\dim S$ を $\dim \text{aff } S$ で定義する^[11]。 S が $n+1$ 個の点の集合 $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n+1}\}$ の場合には $\dim S$ は $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{n+1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) が張る線形空間の次元に他ならない。 $\dim S = n$ であれば S は「アフィン独立」であると言われる^[6]。

³ 「アフィン包 (affine hull)」と言う^[11]

問題 1. $S = \{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$ として

$$x_{n+1} \in \text{aff} \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

であれば $\dim S < n$ であることを示せ。

答:

$$x_{n+1} = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \therefore \sum_{i=1}^n \lambda_i (x_i - x_{n+1}) = 0$$

ここに λ_i は全てが 0 ではない。従って $x_i - x_{n+1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) は一次従属であり $\dim S < n$ である。□

2.3 凸集合

$\mathbf{R}^n$ 上の n 次元線形空間 $\mathbf{R}^n$ の部分集合 S が

$$x_1, x_2 \in S \implies \{(1-\lambda)x_1 + \lambda x_2; 0 \leq \lambda \leq 1\} \subset S$$

満たすとき、 S は**凸集合**であると言われる。つまり凸集合 S とは、その中の任意の 2 点を結ぶ線分が S に含まれるような集合である。

$\mathbf{R}^n$ の有限部分集合 $M = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ に対して、 M の凸包 $\text{conv } M$ を

$$\text{conv } M := \left\{ \sum_{i=1}^m \lambda_i x_i; \lambda_i \geq 0 \ (i = 1, 2, \dots), \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\}$$

で定義する⁴。

2.4 凸関数および一般化された凸関数

凸関数/厳密な凸関数/準凸関数/厳密な準凸関数の定義を示す。 $D \subset \mathbf{R}^n$ として

凸関数: $f(x)$ が D 上の凸関数であるとは、 D が凸集合で

$$\begin{aligned} x_1, x_2 \in D, \lambda \in (0, 1) \\ \implies f((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2) \leq (1-\lambda)f(x_1) + \lambda f(x_2) \end{aligned}$$

厳密な凸関数: $f(x)$ が D 上の厳密な凸関数であるとは、 D が凸集合で

$$x_1, x_2 \in D, \lambda \in (0, 1), x_1 \neq x_2$$

⁴ $\mathbf{R}^n$ の任意の部分集合 S に対して $\text{conv } S$ を、 S を含む最小の凸集合として定義する

$$\implies f((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2) < (1-\lambda)f(x_1) + \lambda f(x_2)$$

準凸関数: $f(x)$ が D 上の準凸関数であるとは、 D が凸集合で

$$x_1, x_2 \in D, x \in (x_1, x_2) \implies f(x) \leq \max\{f(x_1), f(x_2)\}$$

厳密な準凸関数: $f(x)$ が D 上の厳密な準凸関数であるとは、 D が凸集合で

$$x_1, x_2 \in D, x \in (x_1, x_2) \implies f(x) < \max\{f(x_1), f(x_2)\}$$

補注 1: 凸関数の定義において $(0, 1)$ は $[0, 1)$, $(0, 1]$, $[0, 1]$ のどれに置き換えてもよい。厳密な凸関数の定義においては、このような置き換えは不可能である。なぜなら、置き換えると、そのような関数 $f(x)$ は存在できない。準凸関数、厳密な準凸関数の定義に現れる (x_1, x_2) についても同様なことが言える。

補注 2: 厳密な凸関数の定義において、明らかに $x_1 \neq x_2$ の条件が必要である。Cambini[15] ではこの条件が抜け落ちている。Rockafeller[6] はこの条件を含めている。厳密な準凸関数の定義においては $x_1 \neq x_2$ の条件を含めても追加条件にはならない。なぜなら $x_1 = x_2$ の下では $x \in (x_1, x_2)$ は偽の条件となるから。もつとも $x = (1-\lambda)x_1 + \lambda x_2$ ($\lambda \in (0, 1)$) として表現した場合には意味のある追加条件になり、Cambini はこの下で $x_1 \neq x_2$ として条件付けている。

注意: 厳密な準凸関数 (strictly quasiconvex function) の定義は文献によって異なるので注意が必要である。“strictly quasiconvex function” は Karamardian[8] によって提起された。しかし彼の定義は問題を孕んでいた。その辺の事情は Greenberg[9] に詳しい。ここでは Cambini[15] の定義を採用する。この定義と同じ立場の文献としては、文献 [13, 10, 12, 15] がある。なお日本語訳は文献 [12] を採用した。

凸関数/厳密な凸関数/準凸関数/厳密な準凸関数の関係を纏めると、図 1 のようになる⁵。

定理 1. アフィン変換で準凸関数は準凸関数になる。すなわち

$$f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \in \mathbf{R}^m, \quad c \in \mathbf{R}^n$$

⁵ この図は Cambini [15] にある。証明は容易なので省略する

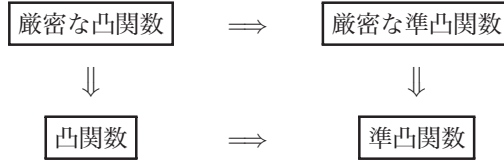


図 1: いろいろな種類の凸関数の関係

として、その下で $g: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}$ を、 $\mathbf{R}$ 上の $n \times m$ 行列 M によって

$$g(\mathbf{x}) = f(M\mathbf{x} + \mathbf{c})$$

で定義する。すると f が準凸関数であれば g も準凸関数である^[15]。

証明: $g(\mathbf{x})$ の定義と $f(\mathbf{x})$ が準凸関数であることから

$$\begin{aligned}
 g((1-\lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) &= f(M((1-\lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) + \mathbf{c}) \\
 &= f((1-\lambda)(M\mathbf{x}_1 + \mathbf{c}) + \lambda(M\mathbf{x}_2 + \mathbf{c})) \\
 &\leq \max\{f(M\mathbf{x}_1 + \mathbf{c}), f(M\mathbf{x}_2 + \mathbf{c})\} = \max\{g(\mathbf{x}_1), g(\mathbf{x}_2)\}
 \end{aligned}$$

となり、 g は準凸関数であることが解る。 □

補注: 凸関数、厳密な凸関数、厳密な準凸関数についても同様である。

定理 2. Jensen の不等式

$f(\mathbf{x})$ が凸関数であれば

$$\lambda_i \geq 0 \ (i = 1, 2, \dots, m), \quad \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \tag{1}$$

とすると

$$f\left(\sum_i \lambda_i \mathbf{x}_i\right) \leq \sum_i \lambda_i f(\mathbf{x}_i) \tag{2}$$

となる⁶。

補注: $f(\mathbf{x})$ が厳密な凸関数であれば式 (1) の $\geq$ と式 (2) の $\leq$ を厳密な不等式に置き換える。ただし

$$\exists(i, j) : \mathbf{x}_i \neq \mathbf{x}_j \tag{3}$$

⁶数学的帰納法で証明すればよい。証明は容易なので省略する。凸関数についてのよく知られた不等式で、大抵の本に載っている

とする⁷。この条件は次のように考えれば理解しやすい: $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$ の中に等しいものがあつた場合、例えば $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_3$ であれば、

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \lambda_2 \mathbf{x}_2 + \lambda_3 \mathbf{x}_3 = \lambda'_1 \mathbf{x}_1 + \lambda'_2 \mathbf{x}_2 \quad (\lambda'_1 := \lambda_1, \lambda'_2 := \lambda_2 + \lambda_3)$$

と置き換えればよい。このように置き換えると、結局 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k$ の全てが相異なる問題に帰着する。凸関数と準凸関数の場合には $k = 1$ まで許される。しかし厳密な凸関数と厳密な準凸関数の場合には $k = 2$ までしか許されない。

定理 3. $f(\mathbf{x})$ が準凸関数であれば、

$$\lambda_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \quad (4)$$

とすると

$$f\left(\sum_i \lambda_i \mathbf{x}_i\right) \leq \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2), \dots, f(\mathbf{x}_m)\} \quad (5)$$

となる⁸。

補注: $f(\mathbf{x})$ が厳密な準凸関数であれば式 (4) の $\geq$ と式 (5) の $\leq$ を厳密な不等式に置き換える。さらに式 (3) と同じ条件が必要になる。

定理 4. 凸関数は連続関数である⁹

準凸関数も厳密な準凸関数も連続関数である保証はない。準凸関数の例を図 2 に示す。

定理 5. 厳密な準凸関数では

- (a) 極小点は最小点である
- (b) 最小点は高々 1 個しか存在しない

証明: $f(\mathbf{x})$ を厳密な準凸関数とする。

(a) の証明: $\text{dom } f$ が 0 個あるいは 1 個の点しか含まない場合には定理の主張は正しい。極小点 $\tilde{\mathbf{x}}$ が存在し、仮にそれが最小点ではないとすると、

$$\exists \mathbf{x}' : f(\mathbf{x}') < f(\tilde{\mathbf{x}}) \quad \therefore \forall \mathbf{x} \in (\mathbf{x}', \tilde{\mathbf{x}}) : f(\mathbf{x}) < \max\{f(\mathbf{x}'), f(\tilde{\mathbf{x}})\} = f(\tilde{\mathbf{x}})$$

⁷Cambini[15] は条件 (3) が抜け落ちている

⁸数学的帰納法で証明すればよい。証明は容易なので省略する。証明は Cambini[15] にある

⁹凸関数に関してよく知られた定理である。証明は長くなるので省略する。他書を参考にされたい。例えば 1 変数関数では高木 [1]、多変数関数では布川 [11]、Rockafellar[6] に載っている

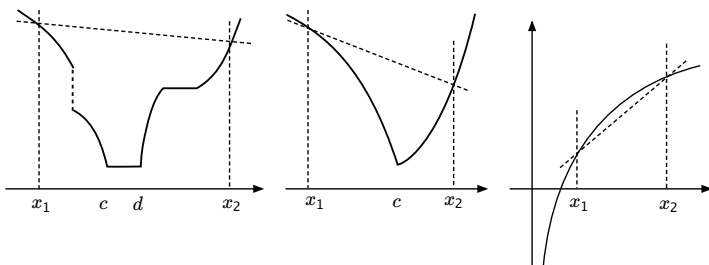


図 2: 準凸関数の例

中央と右は厳密な準凸関数でもある

となる。ゆえに $\tilde{x}$ のどのような近傍にも $f(x) < f(\tilde{x})$ となる点 x が存在する。つまり $\tilde{x}$ が極小点であるとする仮定に反す。

(b) の証明: 仮に最小点が 2 個存在したとせよ。それを x_1, x_2 とすると

$$\exists x : x \in (x_1, x_2) \quad \therefore f(x) < \max\{f(x_1), f(x_2)\}$$

となり、 x_1, x_2 が最小点であるとする仮定に反す。 □

補注: (b) で「高々」としたのは厳密な準凸関数では最小点の存在は保証されないからである。例えば $f(x) = e^{-x}$ や

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ x^2 + 1 & (x \leq 0) \end{cases}$$

などである。

この記事では最小点を持つ連続で厳密な準凸関数が考察の主要な対象となっている。この関数のイメージをはっきりさせるために、1 変数の例を図 3 にしめす。

1 変数の最小値を持つ連続で厳密な準凸関数は、最小点の左では厳密な減少関数、右では厳密な増加関数である。厳密な凸関数に比べると、関数の条件がかなり緩い。

或る関数、例えば 2 変数の $f(x, y) = \sqrt{x} + y^2$ が準凸関数か否かを判断するのは意外と難しい。そこで関数の幾何学的な特徴を明らかにして判断に役立てる。

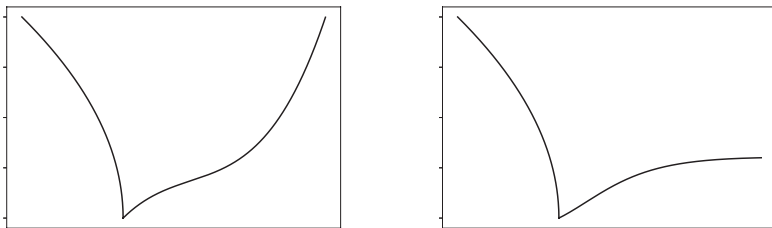


図 3: 最小点を持つ連続で厳密な準凸関数の例

定義 1. Epigraph: $\text{epi } f$ を

$$\text{epi } f = \{(x, \mu) ; x \in \text{dom } f, \mu \in \mathbf{R}, f(x) \leq \mu\}$$

として定義する [6, 11, 14, 15]。 $\text{epi } f$ をエピグラフと言う (図 4)。境界上の点は $\text{epi } f$ に含まれる。

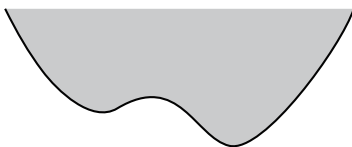


図 4: Epigraph

影の部分関数 f の epigraph
その境界の実線が f の graph である
epi とは「上」のこと

定理 6. $f(x)$ が凸関数であるための必要十分条件は、 $\text{epi } f$ が凸集合となることである [15]。

証明: 必要条件であること:

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \text{dom } f, \quad \lambda \in [0, 1]$$

$$f((1 - \lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) \leq (1 - \lambda)f(\mathbf{x}_1) + \lambda f(\mathbf{x}_2)$$

とする。この下で $\text{epi } f$ が凸集合であることを示せばよい。 $(\mathbf{x}_1, \mu_1), (\mathbf{x}_2, \mu_2) \in$

$\text{epi } f$ とすると、 $f(\mathbf{x}_1) \leq \mu_1$, $f(\mathbf{x}_2) \leq \mu_2$ である。従ってこれから

$$(1 - \lambda)f(\mathbf{x}_1) + \lambda f(\mathbf{x}_2) \leq (1 - \lambda)\mu_1 + \lambda\mu_2$$

を得る。これは

$$((1 - \lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2, (1 - \lambda)\mu_1 + \lambda\mu_2) \in \text{epi } f$$

すなわち $\text{epi } f$ が凸集合であることを意味する。

十分条件であること: $\text{epi } f$ が凸集合とすると、 $\nu_1 = f(\mathbf{x}_1)$, $\nu_2 = f(\mathbf{x}_2)$ と置いて

$$(1 - \lambda)(\mathbf{x}_1, \nu_1) + \lambda(\mathbf{x}_2, \nu_2) = ((1 - \lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2, (1 - \lambda)\nu_1 + \lambda\nu_2) \in \text{dom } f$$

であるが、 $\text{epi } f$ の定義によって

$$f((1 - \lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) \leq (1 - \lambda)\nu_1 + \lambda\nu_2 = (1 - \lambda)f(\mathbf{x}_1) + \lambda f(\mathbf{x}_2)$$

である。これから定理が従う。 $\square$

補注 1: 厳密な凸関数では、 $\text{epi } f$ が凸集合である他に、 f が線分を含まない。

補注 2: 文献によっては $\text{epi } f$ が凸集合であることを基に凸関数を定義している [6, 14]。ここでは Cambini [15] に従った。

定義 2. レベル集合: R^n の実数値関数を $f(\mathbf{x})$ とすると、 R^n の部分集合

$$L(f, \mu) = \{\mathbf{x} \in \text{dom } f ; f(\mathbf{x}) \leq \mu\}$$

を $L(f, \mu)$ をレベル集合と言う¹⁰。

図 5 に定義の意味を示す。この図のように 1 変数のグラフの場合には、 x 軸に平行な線と $\text{epi } f$ との共通部分が、 $L(f, \mu)$ である。図には $L(f, \mu_1)$ と $L(f, \mu_2)$ が太線で示されている。 $L(f, \mu_1)$ は、領域が分かれるので、凸集合ではない。 $L(f, \mu_2)$ は凸集合である。

最小点を持つ厳密な凸関数ではレベル集合は有界になるが¹¹、最小点を持つ連続で厳密な準凸関数では必ずしもそうではない。図 3 に示した左の図ではレベル集合 $L(f, \mu)$ はどの μ でも有界であるが、右の図では有界にはならない。

定理 7. $f(\mathbf{x})$ が準凸関数であるための必要十分条件は、 $f(\mathbf{x})$ の全てのレベル集合が凸集合となることである [15, 14]。

¹⁰Rockafeller[6] に従った。Boyd[14] は “sublevel set”、Cambini[15] は “lower level set” と言う

¹¹自明だと思えるが文献が見つからない。このことは以下では使われないので深入りしない

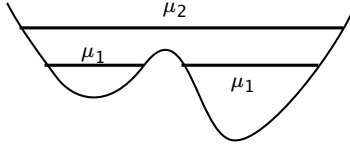


図 5: $L(f, \mu)$

この図は準凸関数にはならない例を示している

証明: 必要条件であること: $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in L(f, \mu)$, $\lambda \in [0, 1]$ とすると、 f は準凸関数であるから

$$f((1-\lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) \leq \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2)\} \leq \mu$$

である。従って $(1-\lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2 \in L(f, \mu)$ となる。これは $L(f, \mu)$ が凸集合であることを意味する。

十分条件であること: $\mu = \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2)\}$ とせよ。すると $f(\mathbf{x}_2) \leq \mu$, $f(\mathbf{x}_1) \leq \mu$ である。 $L(f, \mu)$ は凸集合であるから $\mathbf{x} \in [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]$ とすると $f(\mathbf{x}) \leq \mu$ である。従って

$$f(\mathbf{x}) \leq \mu = \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2)\}$$

すなわち $f(\mathbf{x})$ は準凸関数である。 □

補題 1. 準凸関数 $f(\mathbf{x})$ において

$$\mathbf{x}^* \in (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \quad \text{and} \quad f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}^*) \quad \text{and} \quad f(\mathbf{x}^*) \geq f(\mathbf{x}_2) \quad (6)$$

を満たす $\mathbf{x}^*$ が存在すれば、 $f(\mathbf{x})$ は区間 $[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}^*]$ または区間 $[\mathbf{x}^*, \mathbf{x}_2]$ で定数である。

証明: 準凸性の条件

$$f(\mathbf{x}) \leq \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}^*)\} \quad \text{for} \quad \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}^*] \quad (7)$$

$$f(\mathbf{x}) \leq \max\{f(\mathbf{x}^*), f(\mathbf{x}_2)\} \quad \text{for} \quad \mathbf{x} \in [\mathbf{x}^*, \mathbf{x}_2] \quad (8)$$

から、仮にどちらの区間も定数ではないなら

$$f(\mathbf{x}'_1) < \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}^*)\} \quad \text{for} \quad \mathbf{x}'_1 \in [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}^*] \quad (9)$$

$$f(\mathbf{x}'_2) < \max\{f(\mathbf{x}^*), f(\mathbf{x}_2)\} \quad \text{for} \quad \mathbf{x}'_2 \in [\mathbf{x}^*, \mathbf{x}_2] \quad (10)$$

となる x'_1 と x'_2 が存在する。従って

$$f(x^*) \leq \max\{f(x'_1), f(x'_2)\} < \max\{f(x_1), f(x^*), f(x_2)\} \leq f(x^*) \quad (11)$$

すなわち $f(x^*) < f(x^*)$ となり矛盾する。□

定理 8. 準凸関数 $f(x)$ が、厳密な準凸関数であるための必要十分条件は、定数となる区間を含まないことである¹²。

証明: 必要条件: $x \in (x_1, x_2)$ とすると $f(x) < \max\{f(x_1), f(x_2)\}$ であり、区間 $[x_1, x_2]$ で $f(x)$ は定数ではない。

十分条件として裏命題を証明する: 準凸関数 $f(x)$ が厳密な準凸ではないとせよ。すなわち

$$\exists x^* \in (x_1, x_2) : f(x^*) = \max\{f(x_1), f(x_2)\}$$

すると補題 1 によつて $f(x)$ は $[x_1, x_2]$ の中に定数となる区間を含む。□

例 1. 関数

$$f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + 1} + y^2 \quad (12)$$

は $(x, y) = (0, 0)$ に最小点を持つ。 $f(x, y)$ は準凸関数ではない。また $L(f, 1)$ は有界ではない。 $L(f, 1)$ の境界

$$\frac{x^2}{x^2 + 1} + y^2 = 1$$

のグラフを図 6 に示す。 $x > 0, y > 0$ の領域を調べる。 x が或る点 (変曲点) より大きい領域では下に凸であり、 $L(f, 1)$ は凸集合にはならないことが解る。

$$y = \frac{1}{z}, \quad z = \sqrt{1 + x^2}, \quad z' = \frac{x}{z}, \quad y' = -\frac{x}{z^3}, \quad y'' = -\frac{1}{z^3} + \frac{3xz'}{z^4}$$

これから変曲点 $x = 1/\sqrt{2}$ を得る。従つて $L(f, 1)$ は凸領域ではない。

3 Nelder-Mead 法の基礎

R を実数の集合、 R^n を n 次元ユークリッド空間とする。実数値関数 $f : R^n \rightarrow R$ を与え $f(x)$ を最小にする $x \in R^n$ を求める問題は幅広い応用性を持つてい

¹² これと同等な定理が Cambini^[15] に載っている

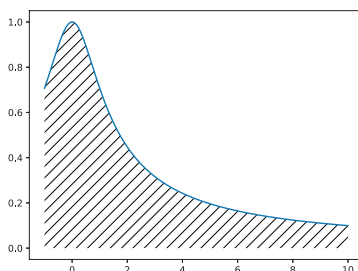


図 6: レベル集合の例

斜線部分が式 (12) のレベル集合 $L(f, 1)$
 凸集合にはなっていないので準凸関数ではない

る。 $f(x)$ は**目的関数**と呼ばれる。最大値を求める問題は目的関数の符号を反転すれば最小値を求める問題に帰着できるので独立した研究対象とはならない。

変数に対する制約条件と関数に関する条件に応じて、実に多様な方法が存在し、それらは最適化法と呼ばれている¹³。ここでは変数に対する制約条件が存在せず、また関数に関しても (微分の存在を仮定しないで) 関数値だけに頼る方法の一つである Nelder-Mead 法 (NM 法) を考察する。

この方法は $\mathbf{R}^n$ 上に (アフィン独立な) $n+1$ 個の点を初期条件として与え、或るアルゴリズムに基づいて動かして行く。アルゴリズムの目標は、これら $n+1$ 個の点がどれも目的関数の最小点に収束することである。 $n+1$ 個の点の動きがアメーバを連想させるので、アメーバ法とも呼ばれている。

最小点が知られている実験的な目的関数をテスト関数と言う¹⁴。テスト関数に対して妥当な結果を出すか否かはアルゴリズムの良さを調べる最初のステップである。NM 法はシンプルながら、多くのテスト関数で良い結果を与えており、それ故に多くの支持者を持つ^[20, 18]。

NM 法の提案はヒューリスティックなものであり^[17]、数学的な厳格さを持たなかったために数多くの変種を生み出した。他方では NM 法に数学的な基礎付

¹³最適化法の全体像を纏めたものとしては、例えば藤田 [5] がある。英文ではあるが James[16] も良く纏まっている

¹⁴Gao[21] にはテスト関数の例と実験結果が多数載っている

けを与えようとする Lagarias たちの努力もある。数学の問題として見たこの方法に対する疑問は次の 2 つに集約できる:

- (a) $n + 1$ 個の点は、ただ 1 つの点に収束するのか否か?
- (b) 収束した点は目的関数の最小点と一致するのか否か?

ここでは、論点 (a) について、そうした努力の成果を踏まえながら議論したい。

3.1 記号の意味

R	実数の集合
R^n	n 次元ユークリッド空間
$:=$	定義あるいは (アルゴリズムの記述の中では) 置き換えを表す
I	$\{1, 2, \dots, n, n + 1\}$
$f(x)$	目的関数

3.2 単体 (simplex)

R^n の $n + 1$ 個の点 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n+1}$ から生成される単体 (simplex) Δ を

$$\begin{aligned}\Delta &:= \text{conv} \{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n+1} \} \\ &= \left\{ \sum_{i \in I} \lambda_i \mathbf{x}_i ; \lambda_i \geq 0 (i \in I), \sum_{i \in I} \lambda_i = 1 \right\}\end{aligned}$$

で定義する。また $\text{vert } \Delta$ を Δ の頂点の集合 $\{ \mathbf{x}_i ; i \in I \}$ とする。

一般に $\dim \Delta = n$ であるが、 $\dim \Delta < n$ の場合、 Δ は縮退していると言われる。

3.3 Nelder-Mead 法

用語と記号は基本的に Gao ^[21] に従う。以下に現れるパラメータの σ は Gao の論文では δ であるが、収束の証明に使われる δ, ε と紛れるので、Lagarias の論文に従い σ とした。

Nelder-Mead 法とは、非縮退の単体 Δ の頂点の集合に対して、以下の STEP 1 から STEP 6 で示されるアルゴリズムのサイクルを言う。アルゴリズムにお

いては、コンピュータ・プログラムと同様に、各 STEP は原則として次の STEP へ行く。なお、“:=” は変数への代入を意味する。また Gao に従い、以下において

$$\alpha > 0, \quad \beta > 1, \quad 0 < \gamma < 1, \quad 0 < \sigma < 1 \quad (13)$$

とするが、これらの値は標準的な Nelder-Mead 法では

$$\alpha = 1, \quad \beta = 2, \quad \gamma = 1/2, \quad \sigma = 1/2 \quad (14)$$

である。以下ではこの値を **Nelder-Mead 法の標準パラメータ** と言う。Gao^[21] は、 $n > 2$ では、式 (14) の値を

$$\alpha = 1, \quad \beta = 1 + \frac{2}{n}, \quad \gamma = \frac{3}{4} - \frac{1}{2n}, \quad \sigma = 1 - \frac{1}{n} \quad (15)$$

のように修正した方が良い結果を与えることを実験によって示している。

パラメータを修正した Gao の NM 法を ANM 法 (adaptive Nelder-Mead Method) と言う。アルゴリズムが異なる NM 法も存在する。例えば Wikipedia の “Nelder-Mead method” は STEP 5 を含まない¹⁵。

STEP 1. 整列 : $F_i := f(x_i)$ ($i \in I$) を計算し

$$F_1 \leq F_2 \leq \cdots \leq F_{n+1}$$

となるように x_i ($i \in I$) の添え字 i を付け直す (整列する)。その下で

$$\bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad x_r := \bar{x} + \alpha(\bar{x} - x_{n+1}), \quad F_r := f(x_r)$$

を計算する。 x_1 を**最良点** (best point)、 x_{n+1} を**最悪点** (worst point)、 $\bar{x}$ を**重心** (centroid)、 x_r を**反射点** (reflected point) と言う。

STEP 2. 拡張/反射 : $F_r < F_1$ であれば**拡張点** (expansion point)

$$x_e := \bar{x} + \beta(x_r - \bar{x}), \quad F_e := f(x_e)$$

を計算し、 $F_e < F_r$ であれば $x_{n+1} := x_e$ として、 $F_e \geq F_r$ であれば $x_{n+1} := x_r$ として STEP 1 へ行く。

STEP 3. 反射 : $F_1 \leq F_r < F_n$ であれば $x_{n+1} := x_r$ として STEP 1 へ行く。

STEP 4. Outside Contraction : $F_n \leq F_r < F_{n+1}$ であれば

$$x_{oc} := \bar{x} + \gamma(x_r - \bar{x}), \quad F_{oc} := f(x_{oc})$$

を計算する。 $F_{oc} \leq F_r$ であれば $x_{n+1} := x_{oc}$ として STEP 1 へ行き、 $F_{oc} > F_r$

¹⁵https://en.wikipedia.org/wiki/Nelder-Mead_method, 2020-07

であれば STEP 6 へ行く。

STEP 5. **Inside Contraction:** $F_{n+1} \leq F_r$ であれば

$$\mathbf{x}_{ic} := \bar{\mathbf{x}} - \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}), \quad F_{ic} := f(\mathbf{x}_{ic})$$

を計算する。 $F_{ic} < F_{n+1}$ であれば $\mathbf{x}_{n+1} := \mathbf{x}_{ic}$ として STEP 1 へ行き、 $F_{ic} \geq F_{n+1}$ であれば STEP 6 へ行く。

STEP 6. **縮小 (Shrink):** $i = 2, 3, \dots, n+1$ について

$$\mathbf{x}_i := \mathbf{x}_1 + \sigma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_1)$$

として STEP 1 へ行く。

STEP 1 から STEP 6 に現れた点 $\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_e, \mathbf{x}_{oc}, \mathbf{x}_{ic}$ を 2 次元の標準パラメータの場合について図 7 に示す。点 $\mathbf{x}_r$ は●で、 $\mathbf{x}_e$ は○で、さらに点 $\mathbf{x}_{oc}$ は□で、 $\mathbf{x}_{ic}$ は■で示されている。 $\bar{\mathbf{x}}$ は図に表示されていないが $\mathbf{x}_1$ と $\mathbf{x}_2$ の中点になる。

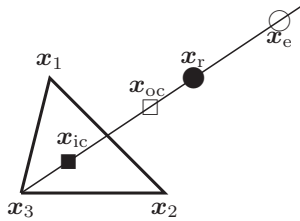


図 7: 2 次元の $\mathbf{x}_r$ と $\mathbf{x}_e$ その他の点

○: $\mathbf{x}_e$ (拡張点)、●: $\mathbf{x}_r$ (反射点)

□: $\mathbf{x}_{oc}$ 、■: $\mathbf{x}_{ic}$ 、 $\bar{\mathbf{x}} := (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)/2$

STEP 1 から始まり、再び STEP 1 に戻るまでを **Nelder-Mead 法の 1 サイクル** と言うことにする。 Δ に対して Nelder-Mead 法の 1 サイクルを適用して生成される単体を Δ_1 とする。また k サイクルで得られる単体を Δ_k とする。 $\Delta_0 := \Delta$ とする。

Gao ^[21] は Lagarias ^[18] に基づいて NM 法の各 STEP を定義しているのであるが、次の表に見るように、いくつかの違いがある。この表では $\mathbf{x}$ の添え字は Gao に従っている。パラメータの表記も Lagarias と Gao は異なる。しかし表記の違いは本質的ではない。重要な違いは $\mathbf{x}_{ic}$ にある。 $\alpha = 1$ の下では違いは

ない。どうやら $\alpha = 1$ は動かせないようで、Lagarias も Gao も結局は $\alpha = 1$ を採用している。

Lagarias	Gao
$\mathbf{x}_r = \bar{\mathbf{x}} + \rho(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$	$\mathbf{x}_r = \bar{\mathbf{x}} + \alpha(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$
$\mathbf{x}_e = \bar{\mathbf{x}} + \chi(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}})$	$\mathbf{x}_e = \bar{\mathbf{x}} + \beta(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{x}} + \alpha\beta(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$
$\mathbf{x}_{oc} = \bar{\mathbf{x}} + \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}})$	$\mathbf{x}_{oc} = \bar{\mathbf{x}} + \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{x}} + \alpha\gamma(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$
$\mathbf{x}_{ic} = \bar{\mathbf{x}} - \gamma(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$	$\mathbf{x}_{ic} = \bar{\mathbf{x}} - \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}) = \bar{\mathbf{x}} - \alpha\gamma(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$

「縮小」が発生しない場合には、NM 法で扱っている問題は、 $n + 1$ 個の粒子の移動問題としてイメージできる。場 $f(\mathbf{x})$ が与えられ、**場の値** $f(\mathbf{x})$ が最大の粒子 (最悪点の粒子) のみが移動できる。最悪点の粒子は、場の値が小さくなるように移動する。移動先は 4 箇所だけが許されている。必ずしも場の値が最小の点には移動しない。移動のアルゴリズムを与えているのが NM 法のアルゴリズムである。このようなイメージを基に、しばしば「最悪点が〇〇に移動する」と表現されたりすることもあるが、正確には「最悪点にあった粒子が〇〇に移動する」、あるいは (意味が全く異なるが) 「最悪点が〇〇に変化する」である。

このように考えると、添字 $i \in I$ は粒子の識別子と考えたくなるのであるが、場の中での粒子の順位とするのが習慣らしい。またその方が理論を立てやすい。移動したのか、それとも順位が変動したのか、混乱しやすいので要注意である。混乱を防ぐために、この論文ではしばしば粒子で状況を表現する。

Nelder-Mead 法のアルゴリズム自体は、単体 Δ が縮退していても可能である。アルゴリズムから解るように、各サイクルの単体 Δ_k は $\text{aff } \Delta_0$ から抜け出すことはできない。しかし Δ_0 が縮退している場合には $\text{aff } \Delta_0$ の中に $f(\mathbf{x})$ ($\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$) の最小点を持つことは一般には望むべくもない。目標が $\mathbf{R}^n$ での最小点を見つけることにあつて以上、非縮退の条件が付されているのである。

問題 2. $\mathbf{x}_{oc} \in (\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_r)$ および $\mathbf{x}_{ic} \in (\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_{n+1})$ となるための、パラメータの条件を求めよ。

答:

$$\mathbf{x}_{oc} = \bar{\mathbf{x}} + \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}) = (1 - \gamma)\bar{\mathbf{x}} + \gamma\mathbf{x}_r$$

であるから x_{oc} に関しては $0 < \gamma < 1$ である。他方

$$x_{ic} = \bar{x} - \alpha\gamma(\bar{x} - x_{n+1}) = (1 - \alpha\gamma)\bar{x} + \alpha\gamma x_{n+1}$$

であるから x_{ic} に関しては $0 < \alpha\gamma < 1$ である。□

補注: $x_{oc} \in (\bar{x}, x_r)$ および $x_{ic} \in (\bar{x}, x_{n+1})$ は自然な要請であると思える。Lagarias のパラメータに関する要求は、この要請に依っている。他方、Gao のは追加条件 $0 < \alpha\gamma < 1$ を要し、煩わしい。

問題 3. 単体 Δ が NM 法の 1 サイクルで Δ' に変化したとする。 $\dim \Delta = n$ であれば $\dim \Delta' = n$ であることを示せ。

答: $A := \text{aff}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ とすると、仮定 $\dim \Delta = n$ より $x_{n+1} \notin A$ である (問題 1)。従って x_{n+1} と $\bar{x}$ を結ぶ直線 l と A との共通部分は $\bar{x}$ のみである。

STEP 6 を除けば最悪点の粒子が移動する点は直線 l 上にあり、そして $\bar{x}$ には移動しない。従ってこの場合には $\dim \Delta' = \dim \Delta$ である。STEP 6 では、相似図形に変化するので、やはり $\dim \Delta' = \dim \Delta$ である。□

以下では、簡単のため $F_i := f(x_i)$ ($i \in I$) とする。NM 法実行前の最悪点の粒子は 1 サイクルの経過によって、他の点 x' に移動する。STEP 6 が実行されることがなければ $f(x') < F_{n+1}$ である。STEP 6 で $f(x') \geq F_{n+1}$ となる可能性を排除できない。なぜなら x_1 と他の点との間に山がある可能性があるから。厳密な準凸関数の場合 (従って厳密な凸関数も) 山がある可能性はない。

縮小 (STEP 6) の発生回数は $f(x)$ の極小点の個数と関係していると思えるが、それは多分未解決問題である。問題 2 の条件の下では、厳密な準凸関数であれば縮小は発生しない (補題 2)。

補題 2. $x_{oc} \in (\bar{x}, x_r)$, $x_{ic} \in (\bar{x}, x_{n+1})$ とせよ。この下では、 $f(x)$ が厳密な準凸関数であれば NM 法で縮小 (STEP 6) が実行されることはない¹⁶。

証明: 縮小は STEP 4 または STEP 5 の後で発生する。 $f(x)$ は厳密な準凸関数であるから

$$\bar{F} \leq \max\{F_1, F_2, \dots, F_n\} = F_n \quad (16)$$

¹⁶Lagarias^[18] には厳密な凸関数となっているが厳密な準凸関数に条件を緩めることができる

であることに注意する¹⁷。STEP 4 では $F_n \leq F_r < F_{n+1}$ の条件下で

$$\mathbf{x}_{oc} := \bar{\mathbf{x}} + \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}), \quad F_{oc} := f(\mathbf{x}_{oc})$$

を計算し、 $F_{oc} \leq F_r$ であれば STEP 6 には行かない。 $f(\mathbf{x})$ は厳密な準凸関数であり、 $\mathbf{x}_{oc} \in (\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_r)$ であるから $F_{oc} < \max\{\bar{F}, F_r\}$ であるが、式 (16) と条件 $F_n \leq F_r$ より、 $\bar{F} \leq F_r$ である。すなわち $F_{oc} < F_r$ であるから STEP 6 には行かない。

STEP 5 では $F_{n+1} \leq F_r$ の条件下で

$$\mathbf{x}_{ic} := \bar{\mathbf{x}} - \gamma(\mathbf{x}_r - \bar{\mathbf{x}}), \quad F_{ic} := f(\mathbf{x}_{ic})$$

を計算し、 $F_{ic} < F_{n+1}$ であれば STEP 6 には行かない。 $f(\mathbf{x})$ は厳密な準凸関数であり、 $\mathbf{x}_{ic} \in (\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_{n+1})$ であるから $F_{ic} < \max\{\bar{F}, F_{n+1}\}$ であるが、式 (16) と $F_n \leq F_{n+1}$ より $\bar{F} \leq F_{n+1}$ である。従って $F_{ic} < F_{n+1}$ である。□

補注: 従って厳密な準凸関数 $f(\mathbf{x})$ の下では、最悪点 $\mathbf{x}_{n+1}$ にあった粒子は、NM 法の 1 サイクルによって、他の点 $\mathbf{x}' \in \{\mathbf{x}_e, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_{oc}, \mathbf{x}_{ic}\}$ に移動し、他の場の値 $F' := f(\mathbf{x}')$ を持つ。具体的には

STEP	case	F'
2	$F_r < F_1$	$F' = \min\{F_e, F_r\} < F_1$
3	$F_1 \leq F_r < F_n$	$F_1 \leq F' = F_r < F_n$
4	$F_n \leq F_r < F_{n+1}$	$F' = F_{oc} \leq F_r < F_{n+1}$
5	$F_{n+1} \leq F_r$	$F' = F_{ic} < F_{n+1}$

となる。 F' は必ず F_{n+1} より小さくなる。 $F_n \leq F'$ の可能性があるのは STEP 4,5 のみである。STEP 1 に戻ると $\{F_1, F_2, \dots, F_n, F'\}$ が整列され、次のサイクルの $\{F'_i; i \in I\}$ が生成される。従って特に

$$F'_{n+1} = \max\{F_1, F_2, \dots, F_n, F'\} = \max\{F_n, F'\} \quad (17)$$

$$F'_1 = \min\{F_1, F_2, \dots, F_n, F'\} = \min\{F_1, F'\} \quad (18)$$

である。もっと詳しくは補題 4 の証明を見よ。

問題 4. 定数関数 $f(\mathbf{x}) = c$ の場合にはどうなるか?

答: $F_i = f(\mathbf{x}_i)$ ($i \in I$) は全て同じになり、整列の不定性が発生する。そのう

¹⁷“<”ではなく“≤”となっているのは $n = 1$ に対応するためである

ちの一つを x_1 とすると、STEP 6 まで進み x_1 を中心に縮小する。 $\square$

問題 5. 縮小が発生しないとせよ。その下で $n = 4$ として次の例

$$F_1 \leq F_2 < F_3 = F_4 = F_5$$

を基に最悪値の重複数が NM 法の 1 サイクルで、どのように変化するかを論ぜよ。

答: NM 法の 1 サイクルで整列後には

$$F'_1 \leq F'_2 \leq F'_3 < F'_4 = F'_5$$

の形になる。つまり最悪値と等しいことを表す等号が 1 つ減る。ここに

$$F'_4 = f(x'_4), \quad x'_4 = x_3, \quad F'_5 = f(x'_5), \quad x'_5 = x_4$$

である。従って $F'_5 = F_5$ である。 $\square$

補注: 縮小が発生しない場合には、この問題は次の問題と似ている: カードの組 C があり、各カードには正の実数が書かれている。 C 中の最大値のカード (最大値のカードが複数ある場合には、その内の一つ) の数字を、それより小さい正数に書き換える。これを C' とする。 $F_1, F_2, \dots, F_m$ を C を整列した値の列とせよ。同様に C' を整列した値の列 $F'_1, F'_2, \dots, F'_m$ を定義する。すると $F'_i \leq F_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$) となる。なお全てが等号になることはない。

問題 5 は容易に一般化される: $\hat{\Delta}_k := \max f(\text{vert } \Delta_k)$ と置くと、縮小が発生しない場合には

$$\hat{\Delta}_k \geq \hat{\Delta}_{k+1}, \quad \hat{\Delta}_k > \hat{\Delta}_{k+n+1}$$

となる。なお $\check{\Delta}_k := \min f(\text{vert } \Delta_k)$ と置くと、縮小が発生したとしても

$$\check{\Delta}_k \geq \check{\Delta}_{k+1} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

である。

補題 3. 縮小が発生しないならば $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \dots$ は巡回しない。

証明:

$$H_k := \sum_{i \in I} f(x_i^{(k)})$$

とすると H_k は k について厳密な減少列である。従って巡回しない。 $\square$

定義 3. 以下で使用する記号を次のように定義しておく: Δ_k の頂点 $\mathbf{x}_i^{(k)}$ ($i \in I$) は $f(\mathbf{x})$ によって整列されているとする。すなわち

$$F_i^{(k)} := f(\mathbf{x}_i^{(k)}) \ (i \in I), \quad F_1^{(k)} \leq F_2^{(k)} \leq \dots \leq F_{n+1}^{(k)}$$

とする。その下での重心を $\bar{\mathbf{x}}^{(k)}$ と書く。反射点、拡張点 などについても同様である。また

$$\bar{F}^{(k)} := f(\bar{\mathbf{x}}^{(k)}), \quad F_r^{(k)} := f(\mathbf{x}_r^{(k)}), \quad F_e^{(k)} := f(\mathbf{x}_e^{(k)}),$$

$$F_{oc}^{(k)} := f(\mathbf{x}_{oc}^{(k)}), \quad F_{ic}^{(k)} := f(\mathbf{x}_{ic}^{(k)})$$

とする。

補題 4. 縮小が発生しないならば $F_1^{(k)}, F_2^{(k)}, \dots, F_{n+1}^{(k)}$ は k の減少列、すなわち

$$F_i^{(0)} \geq F_i^{(1)} \geq F_i^{(2)} \geq \dots \quad (i \in I) \quad (19)$$

である。 $f(\mathbf{x})$ が下限を持ち、縮小が無限回は発生しないならば減少列は極限值 F_i^* ($i \in I$) を持ち、或る $K(\geq 0)$ によって

$$F_i^{(K+0)} \geq F_i^{(K+1)} \geq F_i^{(K+2)} \geq \dots \geq F_i^* \quad (i \in I) \quad (20)$$

$$F_1^* \leq F_2^* \leq \dots \leq F_{n+1}^* \quad (21)$$

である。

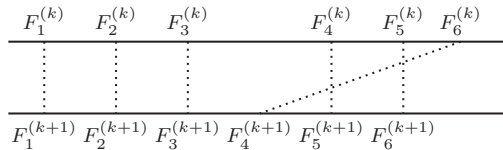
証明: 式 (19) の証明: 最悪点 $\mathbf{x}_{n+1}^{(k)}$ の粒子は 1 サイクル後には他の点 $\mathbf{x}'$ に移動する。 $F' := f(\mathbf{x}')$ とすると $F_i^{(k)} > F' \geq F_{i-1}^{(k)}$ となる i が存在する。その場合、 $F_j^{(k+1)}$ ($j = 1, 2, \dots, n+1$) は下図に示すように

$$\text{case } j < i : \quad F_j^{(k+1)} = F_j^{(k)} \quad (22)$$

$$\text{case } j = i : \quad F_j^{(k+1)} = F' < F_i^{(k)} = F_j^{(k)} \quad (23)$$

$$\text{case } j > i : \quad F_j^{(k+1)} = F_{j-1}^{(k)} \leq F_j^{(k)} \quad (24)$$

となり、式 (19) が成り立つ。なお 2 つの極端なケースがある。 $i = 1$ では式 (22) は発生しない。 $i = n+1$ では式 (24) は発生しない。



式 (20,21) の証明: 縮小は無限回は発生しないとしているので、 k が或る値

K を超えると、それから先には縮小は発生しない。すなわち

$$k \geq K \implies F_i^{(k)} \geq F_i^{(k+1)} \quad (i \in I)$$

となる K が存在する。 $F_1^{(k)}$ は $k \geq K$ で減少列で、しかも下限が存在するので極限が存在する。これを F_1^* とすると $F_2^{(k)}$ にも下限 F_1^* が存在することになり、同様に $F_2^{(k)}$ の極限が存在する。そして結局 $F_{n+1}^{(k)}$ も然り。式 (21) は添字の定義から自明。□

補注 1: Lagarias は x' の順位を $F_i^{(k)} > F' \geq F_{i-1}^{(k)}$ として一意に定めている。彼はこれを “**tie-breaking rule**” と言う。Lagarias は Δ_k の列が一意に決まって欲しかったのであろう。

補注 2: tie-breaking rule として他の選び方も可能である。その場合にも補題の証明の中の式 (22,23,24) は維持されることが示される (以下の「補題 4 の別証」を見よ)。他の選び方をした場合、補題 4 は $F_i^{(k)}$ が他の値に収束する可能性までは排除していない。

コンピュータの整列ツールは Lagarias の望むようには整列してくれない。最悪点が複数存在する場合、どれを選ぼうと結論に影響しないことが保証されるべきであろう。関数値が同じグループの中ではランダムに順序付けが可能なら整列ツールの動作と両立する。次の例は、それが可能であることを示唆している。

例 2. 値が記されている 7 枚のカード c_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) があり、その値を F_i とする。最初にカードは値によって 3 つのグループに分かれていたとする:

$$G_1 = \{c_1\}, \quad G_2 = \{c_2, c_3, c_4\}, \quad G_3 = \{c_5, c_6, c_7\}$$

すなわち

$$F_1 < F_2 = F_3 = F_4 < F_5 = F_6 = F_7$$

とする。カード c_7 の値が更新されて $F_7' = F_2$ となったとする。新しいグループは次のようになる:

$$G_1 = \{c_1\}, \quad G_2 = \{c_2, c_3, c_4, c_7\}, \quad G_3 = \{c_5, c_6\}$$

Lagarias の tie-breaking rule ではカードの順位は次のルールに従う: 同じ値のカードがあれば年功序列であり、新参者には末席が与えられる。他方コン

表 1: tie-breaking rule による値の変化

順位	更新前	Lagarias	無差別
7	$c_7 F_5$	$c_6 F_5$	$c_5 F_5$
6	$c_6 F_5$	$c_5 F_5$	$c_6 F_5$
5	$c_5 F_5$	$c_7 F_2$	$c_3 F_2$
4	$c_4 F_2$	$c_4 F_2$	$c_2 F_2$
3	$c_3 F_2$	$c_3 F_2$	$c_7 F_2$
2	$c_2 F_2$	$c_2 F_2$	$c_4 F_2$
1	$c_1 F_1$	$c_1 F_1$	$c_1 F_1$

ピュータの整列ツールでは、値が同じなら対等な扱いを受け、無差別である。従って方法による値の変化を比較すると例えば表 1 のようになる。「無差別」の列は一つの例に過ぎない。

更新前の順位 i のカードの値を F_i とする。更新後のものは F'_i とする。更新がどちらの方法で行われたとしても、この例では

$$\begin{aligned} F_i &= F'_i \ (i \neq 5), \quad F_5 > F'_5 \\ F_1 &< F_2 = F_3 = F_4 < F_5 = F_6 = F_7 \\ F'_1 &< F'_2 = F'_3 = F'_4 = F'_5 < F'_6 = F'_7 \end{aligned}$$

となっていることに注意する。

補題 4 の別証: 補題 4 の式 (19) だけを証明すればよい。式 (20,21) は式 (19) から得られる。

$F_i := f(x_i)$ ($i \in I$) とする。 x_i を目的関数の値によってグループに分ける。それらの値の大小関係に従って、グループを小さい方から $G_1, G_2, \dots, G_m$ とする。値 F_i たちの添字の定義より

$$F_1 \leq F_2 \leq \dots \leq F_n \leq F_{n+1} \quad (25)$$

である。ここに“ $\leq$ ”は“ $<$ ”または“ $=$ ”である。異なるグループの要素との比較では“ $<$ ”であり、同じグループの要素との比較では“ $=$ ”である。

G_m の元の一つ x が x' に更新されたとする。それに伴いグループが再編成される。それを $G'_1, G'_2, \dots, G'_{m'}$ とする。また $F' = f(x')$ とする。この場合、 F' と同じ値のグループが存在すれば x' はそこに追加され、存在しなければ新たなグループ $\{x'\}$ が形成される。

存在する場合: $\mathbf{x}'$ は G_l に追加されるとしよう。すると

$$G'_l = G_l + \{\mathbf{x}'\}, \quad G'_j = G_j \quad (j \notin \{m, l\})$$

が成り立つ。すなわち最悪グループの要素が1つ減り、代わりに G_l グループの要素が1つ増えた。式 (25) と同様に

$$F'_1 \leq F'_2 \leq \cdots \leq F'_n \leq F'_{n+1}$$

を作り式 (25) と比較する。すると G'_l の要素による等号が1つ増加している。 $|G_i|$ で G_i の要素の個数を表す。そして i を

$$i := |G'_1| + |G'_2| + \cdots + |G'_l| \quad (26)$$

で定義すると、 $j < i$ では $F'_j = F_j$ である。等号、不等号の関係も維持される。 $j > i$ では右にシフトするだけであり $F'_j = F_{j-1}$ である。等号、不等号の関係もそのままシフトされる。そして $j = i$ では、更新前には $F_{i-1} < F_i$ であったが、更新後には $F'_{i-1} = F'_i < F'_{i+1}$ になっている、ここに $F'_{i-1} = F_{i-1}$, $F'_{i+1} = F_i$ である。つまり $F'_i < F_i$ である。

存在しない場合: G'_l が生成されるとしよう。

$$G'_l := \{\mathbf{x}'\}, \quad G'_j = G_j \quad (j < l), \quad G'_j = G_{j-1} \quad (j > l)$$

であり、従って、式 (26) で定義される i に対して

$$F'_j = F_j \quad (j < i), \quad F'_j = F_{j-1} \quad (j > i), \quad F'_i < F_i$$

となる。(存在する場合と結果は同じ) □

補注 1: $F^{(k)} := \{F_1^{(k)}, F_2^{(k)}, \dots, F_{n+1}^{(k)}\}$ と置くと、 $F^{(0)}, F^{(1)}, F^{(2)}, \dots$ の列は tie-breaking rule に依存しないことを、この補題は意味している。もちろん、 $\text{vert } \Delta_0, \text{vert } \Delta_1, \text{vert } \Delta_2, \dots$ の列は tie-breaking rule に依存している。

補注 2: 式 (26) による i は Lagarias が tie-breaking rule で定めた挿入位置に他ならない。従って無差別の tie-breaking rule においても補題 4 の証明中の式 (22,23,24) は成立していることになる。

$F_1, F_2, \dots, F_{n+1}$ を更新して $F'_1, F'_2, \dots, F'_{n+1}$ を得たとする。このときに

$$F_j = F'_j \quad (j < i), \quad F_i \neq F'_i$$

となる i が存在する。この i は、式 (26) の i に他ならない。従って、式 (22,23,24) を満たしているのである。以降、この i を「 $F'_j \quad (j \in I)$ の更新位置」と呼ば

う¹⁸。以下では無差別の tie-breaking rule を前提に議論を展開する。

補題 5. F'_i ($i \in I$) を F_i ($i \in I$) の更新とすると

$$\exists l : F_l > F'_l \implies \forall j (> l) : F'_j = F_{j-1}$$

証明: $F_l > F'_l$ ならば F'_j ($j \in I$) の更新位置 i は $i \leq l$ を満たす。従って式 (24) より $F'_j = F_{j-1}$ ($j > i$) である。ゆえに $F'_j = F_{j-1}$ ($j > l$) である。 $\square$

補題 6. 縮小が発生しないならば、 $F_i^{(k)}$ ($i \in I$) が無限回更新される i 、すなわち $F_i^{(k)} > F_i^{(k+1)}$ となる k が無限個存在するような i 、の中で最小のものを l とすると、 $F_{n+1}^* = F_n^* = \dots = F_l^*$ となる。

証明: 仮に $F_l^* \neq F_{l+1}^*$ とすると

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F_{l+1}^{(k)} = F_{l+1}^* > F_l^* = \lim_{k \rightarrow \infty} F_l^{(k)}$$

となるから

$k \geq K \implies F_{l+1}^{(k)} \geq F_{l+1}^{(k+1)} \geq \dots \geq F_{l+1}^* > F_l^{(k)} \geq F_l^{(k+1)} \geq \dots \geq F_l^*$ となる K が存在する。 $F_l^{(k)}$ ($k \geq K$) は無限回更新されるので $F_l^{(k')} > F_l^{(k'+1)}$ となる $k' (> K)$ が存在する。従って補題 5 の j を $l+1$ として $F_{l+1}^{(k'+1)} = F_l^{(k')}$ となる。他方 $F_l^{(k')} < F_{l+1}^*$ であったから $F_{l+1}^{(k'+1)} < F_{l+1}^*$ となり、式 (20) に矛盾する。従って $F_l^* = F_{l+1}^*$ である。 $F_l^{(k)}$ の更新に伴って $F_{l+1}^{(k)}$ も無限回更新される。従って $F_{l+1}^* = F_{l+2}^*$ である。これを繰り返して補題の主張を得る。 $\square$

補注: $F_{n+1}^{(k)}$ だけが無限回更新されることはあり得る。その場合補題の l は $n+1$ であり、 $F_{n+1}^* = F_n^*$ は主張されていない。しかし次の補題がある。

補題 7. $f(x)$ が下限を持ち、連続かつ厳密な準凸関数であれば $F_n^* = F_{n+1}^*$ となる¹⁹。ただし $|\alpha\gamma| < 1$ とする。

証明: $F_n^* \leq F_{n+1}^*$ であるから $F_n^* < F_{n+1}^*$ として矛盾を導く。この場合 $k \geq K$ となる全ての k で $F_n^* \leq F_n^{(k)} < F_{n+1}^*$ となる K が存在する。 k のこの領域で

¹⁸Lagarias の “change index” と似ているが、Lagarias のは x_i の i である。他方、ここでの「更新位置」は目的関数の値に基づいている

¹⁹証明は基本的に Lagarias^[18] による。ただし Lagarias は下限を持つ厳密な凸関数として証明している。ここでは条件が緩められている

$F_{n+1}^{(k+1)} = F_n^{(k)}$ はあり得ない。なぜなら

$$F_{n+1}^{(k)} = F_n^{(k)} < F_{n+1}^*$$

となり、式 (20) に矛盾する。

$F_{n+1}^{(k+1)} = F_n^{(k)}$ は最悪点の粒子が $F(\mathbf{x}') \leq F_n^{(k)}$ となる点 $\mathbf{x}'$ に移動したことを意味する。しかし、この移動は発生しないから $F(\mathbf{x}') > F_n^{(k)}$ である。このことは NM 法の STEP 4 または STEP 5 のみが実行されることを意味している。また $F(\mathbf{x}') > F_n^{(k)}$ であるから $k \geq K$ で $\mathbf{x}_i^{(k)}$ ($i \leq n$) は変化しない。特に $f(\mathbf{x}_n^{(k)}) = F_n^{(k)} = F_n^*$ である。そこで以下では $\mathbf{x}_i^{(k)}$ ($i \leq n$) については肩付の“(k)”を省略する。 $\bar{\mathbf{x}} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i$ も同様である。従って

$$f(\bar{\mathbf{x}}) \leq \max\{f(\mathbf{x}_1), f(\mathbf{x}_2), \dots, f(\mathbf{x}_n)\} = f(\mathbf{x}_n) = F_n^*$$

である²⁰。そして

$$\mathbf{x}_r^{(k)} - \bar{\mathbf{x}} = -\alpha(\mathbf{x}_{n+1}^{(k)} - \bar{\mathbf{x}}), \quad \mathbf{x}_{oc}^{(k)} - \bar{\mathbf{x}} = \gamma(\mathbf{x}_r^{(k)} - \bar{\mathbf{x}}), \quad \mathbf{x}_{ic}^{(k)} - \bar{\mathbf{x}} = -\gamma(\mathbf{x}_r^{(k)} - \bar{\mathbf{x}})$$

であり、次のサイクルで $\mathbf{x}_{n+1}^{(k)}$ は $\mathbf{x}_{oc}^{(k)}$ または $\mathbf{x}_{ic}^{(k)}$ で置き換えられる。 k 回目のサイクルにおける $\mathbf{x}_{n+1}^{(k)} - \bar{\mathbf{x}}$ を $\mathbf{z}^{(k)}$ とすると

$$\mathbf{z}^{(k+1)} = \mp \alpha \gamma \mathbf{z}^{(k)}$$

である。 $\mp$ の符号は $\mathbf{x}_{oc}^{(k)}$ が採用されたか、それとも $\mathbf{x}_{ic}^{(k)}$ が採用されたかで決まる。従って $|\alpha\gamma| < 1$ であれば $k \rightarrow \infty$ で $\mathbf{z}^{(k)} \rightarrow \mathbf{0}$ である。従って $f(\mathbf{x})$ が連続であれば $f(\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{z}^{(k)}) \rightarrow f(\bar{\mathbf{x}})$ となる。すなわち $k \rightarrow \infty$ で $F_{n+1}^{(k)} \rightarrow f(\bar{\mathbf{x}})$ である。ゆえに $F_{n+1}^{(k)} < F_n^* < F_{n+1}^*$ となり、式 (20) に矛盾する。□

注意: 以下では、補題 4 の F_i^* ($i \in I$) が証明において重要な役割を演じる。しかし、「下限を持ち、連続かつ厳密な準凸関数」の条件だけでは、 $F_i^* = f(\mathbf{x}_i^*)$ となる点 $\mathbf{x}_i^*$ が目的関数の定義域に存在するとは言えない。そもそも最小点の存在すら保障されないことは、1 変数の $f(x) = e^{-x}$ を考えてみれば解る。従って Nelder-Mead 法が機能するためには目的関数に対して追加条件が必要なのである。そこで以下では追加条件として、1 変数の問題では最小点が存在すること、多変数の問題では (さらに強く) 全てのレベル集合が有界であることを要求する²¹。

²⁰“<”ではなく“≤”となっているのは $n = 1$ に対応するためである

²¹本当は多変数の場合も「最小点の存在」だけで済むのかも知れないが、ここでは簡単のために、

4 1次元 Nelder-Mead 法

1次元 Nelder-Mead 法は多次元の Nelder-Mead 法の基礎になっている。なぜなら最悪点の粒子が重心に向かって移動している間は、実際には1次元の問題を扱っていることになっているからである。

1次元の場合には Nelder-Mead 法のサイクルは次のようになる: $\text{vert } \Delta = \{x_1, x_2\}$ から出発し、以下のアルゴリズムに従う。

STEP 1': $F_1 := f(x_1)$, $F_2 := f(x_2)$, $F_1 \leq F_2$ となるよう x_1, x_2 を整列する。その下で $\bar{x} := x_1$, $\bar{F} := f(\bar{x}) = F_1$, $x_r := \bar{x} + \alpha(\bar{x} - x_2)$, $F_r := f(x_r)$ を計算する。

STEP 2': **case** $F_r < F_1$: $x_e := \bar{x} + \beta(x_r - \bar{x})$, $F_e := f(x_e)$ を計算する。 $F_e < F_r$ なら $x_2 := x_e$ として、 $F_e \geq F_r$ なら $x_2 := x_r$ として STEP 1' へ行く。

STEP 4': **case** $F_1 \leq F_r < F_2$: $x_{oc} := \bar{x} + \gamma(x_r - \bar{x})$, $F_{oc} := f(x_{oc})$ を計算する。 $F_{oc} \leq F_r$ なら $x_2 := x_{oc}$ として STEP 1' へ行く。 $F_{oc} > F_r$ なら STEP 6' へ。

STEP 5': **case** $F_2 \leq F_r$: $x_{ic} := \bar{x} - \gamma(x_r - \bar{x})$, $F_{ic} := f(x_{ic})$ を計算する。 $F_{ic} < F_2$ なら $x_2 := x_{ic}$ として STEP 1' へ行く。 $F_{ic} \geq F_2$ なら STEP 6' へ。

STEP 6': $x_2 := x_1 + \sigma(x_2 - x_1)$ として STEP 1' へ行く。

なお STEP 3' は $F_1 \leq F_r < F_1$ となり成立しない。また $f(x)$ が厳密な準凸関数の場合には STEP 4',5' において STEP 6' へ行く条件は成立しない (補題 2)。

補注 1: 厳密な準凸関数の場合には、このアルゴリズムは循環しない (補題 3)。

補注 2: アルゴリズムの停止問題は循環問題に比べて厄介である。通常は停止条件を直径で決める。直径は Δ に含まれる 2 点間の最大距離で定義される。

補題 8. $f(x)$ を厳密な準凸関数とせよ。すると开区間 (a, b) に対して

$$\exists c : c \in (a, b) \text{ and } f(c) \leq \min\{f(a), f(b)\} \implies \check{x} \in (a, b)$$

である。ここに $\check{x}$ は $f(x)$ の最小点である。

全てのレベル集合の有界性を要求する。しかし補題 10 の補注にあるように、実際には「全て」である必要はない

証明: まず $\tilde{x} \notin \{a, b\}$ である。なぜなら $\tilde{x} \in \{a, b\}$ とすると $f(\tilde{x}) \leq f(c) \leq \min\{f(a), f(b)\} = f(\tilde{x})$ より $f(\tilde{x}) = f(c)$ を得る。 $\tilde{x} \neq c$ とすれば $f((\tilde{x} + c)/2) < \max\{f(\tilde{x}), f(c)\} = f(\tilde{x})$ となり $f(\tilde{x})$ は最小値にはならない。従って $\tilde{x} = c \in (a, b)$ となるが、これは $\tilde{x} \in \{a, b\}$ の仮定と矛盾する。

条件 $f(c) \leq \min\{f(a), f(b)\}$ は

$$f(c) \leq f(a) \quad \text{and} \quad f(c) \leq f(b)$$

である。そこで $\tilde{x} < a$ または $b < \tilde{x}$ として矛盾を導く:

case $\tilde{x} < a$: $a \in (\tilde{x}, c)$ より $f(a) < \max\{f(\tilde{x}), f(c)\} = f(c)$ となるが、 $f(c) \leq f(a)$ と矛盾する。

case $b < \tilde{x}$: $b \in (c, \tilde{x})$ より $f(b) < \max\{f(c), f(\tilde{x})\} = f(c)$ となるが、 $f(c) \leq f(b)$ と矛盾する。 $\square$

補題 9. $f(x)$ は厳密な準凸関数とする。 $f(x)$ の最小点 $\tilde{x}$ が存在すれば、 $f(x)$ は $\tilde{x}$ の左側では厳密な減少、右側では厳密な増加である。

証明: $f(x)$ は厳密な準凸関数であるから $\tilde{x} < x < x'$ であれば

$$f(x) < \max\{f(\tilde{x}), f(x')\} = f(x')$$

であるから $\tilde{x}$ の右側では $f(x) < f(x')$ となり厳密な増加であることが解る。 $\tilde{x}$ の左側では厳密な減少であることも同様に解る。 $\square$

$f(x_2) \geq f(x_1)$ とする。その下で、与えられた区間 $\Delta = [x_2, x_1]$ ($x_2 < x_1$) から出発して、NM 法で関数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) の最小点を求める問題を考える。1 次元ゆえ

$$x_2 < x_{ic} < x_1 = \bar{x} < x_{oc} < x_r < x_e$$

である。 $f(x_2), f(x_1), f(x_r)$ の大小の組み合わせと、最小点 $\tilde{x}$ の可能な存在範囲 $\tilde{\Delta}$ の関係、および次のサイクルでの Δ' を表 2 に示す。

この表では $x_2 < x_1$ を仮定しているが、 $x_1 < x_2$ の場合には鏡映的な表が得られる。その表を作るよりも座標の向きを反転して考えた方が簡単である。

なお STEP 4' は $f(x_2) > f(x_r) \geq f(x_1)$ であるが表では T_4, T_8 に分かれている。また STEP 5' は $f(x_2) \geq f(x_1) > f(x_r)$ であるが表では T_2, T_9 に分かれている。

表 2: 厳密な凸関数 / 厳密な準凸関数の最小点の位置

Type	関数値の大小関係	Δ'	$\tilde{\Delta}$	STEP
T_1	$f(x_2) = f(x_1) = f(x_r)$	none		
T_2	$f(x_2) = f(x_1) < f(x_r)$	$[x_{ic}, x_1]$	(x_2, x_1)	STEP 5'
T_3	$f(x_2) = f(x_1) > f(x_r)$	none		
T_4	$f(x_2) > f(x_1) = f(x_r) < f(x_e)$	$[x_1, x_{oc}]$	(x_1, x_r)	STEP 4'
T_5	$f(x_2) > f(x_1) = f(x_r) \geq f(x_e)$	none		
T_6	$f(x_2) > f(x_1) > f(x_r) \leq f(x_e)$	$[x_1, x_r]$	(x_1, x_e)	STEP 2'
T_7	$f(x_2) > f(x_1) > f(x_r) > f(x_e)$	$[x_1, x_e]$	(x_r, ∞)	STEP 2'
T_8	$f(x_2) > f(x_1) < f(x_r), f(x_r) < f(x_2)$	$[x_1, x_{oc}]$	(x_2, x_r)	STEP 4'
T_9	$f(x_2) > f(x_1) < f(x_r), f(x_2) \leq f(x_r)$	$[x_{ic}, x_1]$	(x_2, x_r)	STEP 5'

$\tilde{\Delta}$ は最小点の可能な存在範囲である。

(x_2, x_1) などは最小点が存在する区間を表している。

x_2 や x_1 の代わりに x_r などとなっても同様である。

全て开区間である。“none” は存在しないことを意味する。

定義 4. 点 $\mathbf{x}$ と集合 S との距離を

$$\text{dist}(\mathbf{x}, S) := \min\{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|; \mathbf{x}' \in S\}$$

で表す²²。

定義 5. 集合 S の直径を $\text{diam } S := \max\{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|; \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S\}$ として定義する²³。

問題 6. $f(x)$ は厳密な準凸関数とする。すると NM 法の 1 サイクルで単体 $\Delta = [x_2, x_1]$ が $\Delta' = [x'_2, x'_1]$ に変化したとすると、式 (14) の標準パラメータの場合には

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta) < 2 \text{diam } \Delta \implies \text{dist}(\tilde{x}, \Delta') < 2 \text{diam } \Delta' \quad (27)$$

となることを示せ。

答: 表 2 に示すように Type T_7 以外は明らか。 T_7 は次の通り: 条件 $\text{dist}(\tilde{x}, \Delta) < 2 \text{diam } \Delta$ ゆえ $\tilde{x} \in [x_2, x_e)$ である。従って

$$\tilde{x} \in [x_2, x_e) \cap (x_r, \infty) = (x_r, x_e) \quad \therefore \text{dist}(\tilde{x}, [x'_2, x'_1]) = \text{dist}(\tilde{x}, [x_1, x_e]) = 0$$

で、式 27 は成立している。 □

²²厳密には $\min$ ではなく $\inf$ とすべきだが、ここでは $\min$ で足りる問題しか扱わない

²³厳密には “sup” とすべきだが、ここでは “max” で足りる問題しか扱わない

補注 1: 従って、式 (27) の条件下で直径が 0 に収束すれば、単体列は最小点に収束する。

補注 2: α, β, γ で距離 $\text{dist}(\tilde{x}, \Delta') = \mu \text{diam } \Delta'$ を表すと

Type	μ
T_2	$0 \leq \mu < \frac{1}{\alpha\gamma} - 1$
T_4	$0 \leq \mu < \frac{1}{\gamma} - 1$
T_6	$0 \leq \mu < \beta - 1$
T_8	$0 \leq \mu < \max\{\frac{1}{\alpha\gamma}, \frac{1}{\gamma} - 1\}$
T_9	$0 \leq \mu < \max\{\frac{1}{\gamma}, \frac{1}{\alpha\gamma} - 1\}$

となる。従って

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta') \leq \hat{\mu} \text{diam } \Delta' \quad \text{ここに} \quad \hat{\mu} := \max\{\frac{1}{\alpha\gamma}, \frac{1}{\gamma}, \beta - 1\}$$

となる。

Type T_7 の場合、条件 $\text{dist}(\tilde{x}, \Delta) < \alpha\beta \text{diam } \Delta$ が成立していれば $\text{dist}(\tilde{x}, \Delta') = 0$ である。従って式 (27) に代わって

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta) < \alpha\beta \text{diam } \Delta \implies \text{dist}(\tilde{x}, \Delta') < \hat{\mu} \text{diam } \Delta'$$

が得られる。NM 法の収束性を問題にするときに

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta) < M \text{diam } \Delta \implies \text{dist}(\tilde{x}, \Delta') < M \text{diam } \Delta'$$

となる $M \in \mathbf{R}$ が存在すれば大いに役にたつ。 $\hat{\mu} \leq \alpha\beta$ であれば M として $\alpha\beta$ を選択できる。 $\alpha = 1$ とした場合には、この条件は $\beta\gamma \geq 1$ である²⁴。

問題 7. 問題 6 と同じ仮定の下で

$$\begin{aligned} 2 \text{diam } \Delta &\leq \text{dist}(\tilde{x}, \Delta) \\ \implies \text{diam } \Delta' &= 2 \text{diam } \Delta, \quad \text{dist}(\tilde{x}, \Delta') = \text{dist}(\tilde{x}, \Delta) - 2 \text{diam } \Delta \end{aligned}$$

となることを示せ。

答: 条件 $2 \text{diam } \Delta \leq \text{dist}(\tilde{x}, \Delta)$ の下では **Type T_7** のみが可能である。従って $x'_2 = x_1$, $x'_1 = x_e$ であり $\text{diam } \Delta' = |x_1 - x_e| = 2 \text{diam } \Delta$ である。また $\tilde{x} \in [x_e, \infty) \cap [r, \infty) = [x_e, \infty)$ であるから、

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta') = \tilde{x} - x'_1 = \tilde{x} - x_e$$

²⁴ この条件が満たされていない場合には問題が発生するか否かは検討を要する

$$= \tilde{x} - x_1 - (x_e - x_1) = \text{dist}(\tilde{x}, \Delta) - 2 \text{diam } \Delta$$

を得る。 $\square$

問題 8. $f(x)$ が最小値を持つ厳密な準凸関数であれば、NM 法のサイクルを繰り返して

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta_k) < \alpha\beta \text{diam } \Delta_k$$

となる k が存在することを示せ。

答: $\Delta = [x_2, x_1]$ として、 α, β, γ で表すと

$$\alpha\beta \text{diam } \Delta \leq \text{dist}(\tilde{x}, \Delta)$$

$$\implies \text{diam } \Delta' = \alpha\beta \text{diam } \Delta, \quad \text{dist}(\tilde{x}, \Delta') = \text{dist}(\tilde{x}, \Delta) - \alpha\beta \text{diam } \Delta$$

となる。なぜなら、条件 $\alpha\beta \text{diam } \Delta \leq \text{dist}(\tilde{x}, \Delta)$ は $\tilde{x} \in [x_e, \infty)$ を意味している。従って、この条件は Type T_7 で発生する。 $\Delta' = [x_1, x_e]$ となるので、結論部が得られる。

NM 法の k サイクル後の単体 Δ を Δ_k で表すと

$$\text{dist}(\tilde{x}, \Delta_k) = \text{dist}(\tilde{x}, \Delta_0) - \sum_{i=1}^k (\alpha\beta)^i \text{diam } \Delta_0$$

となる。従って条件 $\alpha\beta \text{diam } \Delta \leq \text{dist}(\tilde{x}, \Delta)$ の下で NM 法のサイクルを繰り返すと、 $\text{diam } \Delta_0 \neq 0$ and $\alpha\beta > 1$ であれば、遅かれ早かれこの条件は破られる。なお式 (14) の標準パラメータの場合には $\alpha\beta = 2$ である。 $\square$

補注: 1 次元問題がうまく処理されるためには $\alpha = 1$, $\beta\gamma \geq 1$ となっていれば都合が良い。しかしながら式 (15) で定義される Gao のパラメータでは、 $1/\gamma = 4n/(3n-2)$ ゆえ

n	β	$1/\gamma$
2	2	2
3	1.66	1.71
4	1.5	1.6
5	1.4	1.53

となり、満たされていない²⁵。

²⁵ このことが実際に問題をもたらすかどうかは検討が必要である

次に式 (14) で与えられる NM 法の標準パラメータの場合について収束の速度を調べる。 $\Delta = [x_2, x_1]$ とする。 $\tilde{x}$ の位置と、次のサイクルの状態との関係調べる。簡単のため

$$s := \text{diam } \Delta = |x_1 - x_2|, \quad t := \text{dist}(\tilde{x}, \Delta)$$

と略記する。 s' と t' についても Δ を Δ' で置き換えて同様に定義する。

case $\tilde{x} = x_2$: $f(\tilde{x}) = f(x_2) \geq f(x_1)$ ゆえ $x_1 = x_2$ となり条件に反す。

case $\tilde{x} \in (x_2, x_1]$: **Type** T_2, T_8, T_9 が可能 (表 2)。 $t = 0$, $s' = s/2$ である (表 2)。 T_8 の場合 $t' = x_1 - \tilde{x} < s = 2s'$ そして T_2, T_9 の場合 $t' = \max\{0, x_{ic} - \tilde{x}\} < s/2 = s'$ となる。

case $\tilde{x} \in (x_1, x_r)$: **Type** T_4, T_6, T_8, T_9 が可能。 その場合 $0 < t < s$ である。 T_4, T_8, T_9 で $s' = s/2$ 、他方 T_6 で $s' = s$ となる。 T_6 の場合 $t' = 0$ 、そして T_4, T_8 の場合 $t' = \max\{0, \tilde{x} - x_{oc}\} < s/2$ 、また T_9 の場合 $t' = t$ となる。

case $\tilde{x} \in [x_r, x_e)$: **Type** T_6, T_7 が可能。 その場合 $s \leq t < 2s$ である。 T_6 の場合 $s' = s$ 、 T_7 の場合 $s' = 2s$ となる。 また、 T_6 の場合 $t' = \tilde{x} - x_r$ であるが、これと $x_r \leq \tilde{x} < x_e$ より $t' = s = s'$ を得る。 T_7 の場合 $t' = 0$ となる。

case $\tilde{x} \in [x_e, \infty)$: **Type** T_7 が可能。 その場合 $t \geq 2s$ である。 $s' = 2s$, $t' = \tilde{x} - x_e = t - 2s$ となる。 よって $2s' + t' = 2s + t$ を得る。

以上を纏めると表 3 のようになる。この表では状態を t/s で表している。 $\tilde{x}$ の欄は、最小点の位置を区間で表している。従って例えば $(x_2, x_1]$ は $\tilde{x} \in (x_2, x_1]$ を意味している。 t/s の欄は t と s の関係を表している。**Type** は関数値がとるパターンであり、表 2 に載っている。 s'/s の欄は遷移に伴う直径の変化を表しており、収束を調べる上で必要になる。 t'/s' の欄からは次の状態が判る。例えば $\tilde{x} \in (x_2, x_1]$ の T_8 では $t'/s' < 2$ である。表の t/s 欄を見ると t'/s' のこの範囲には $\tilde{x} \in (x_1, x_r)$ の $0 < t/s < 1$ と、 $\tilde{x} \in (x_r, x_e)$ の $1 < t/s < 2$ とがある。このことから $\tilde{x} \in (x_2, x_1]$ の状態は次のサイクルで $\tilde{x} \in (x_1, x_r)$ あるいは $\tilde{x} \in (x_r, x_e)$ に移ることが判る。

表 3 から得られる状態遷移図を図 8 に示す。なお $\tilde{x} \in [x_e, \infty)$ のケースは問題 8 で扱われている。

問題 9. 図 8 において

$$\tilde{x} \in (x_2, x_1] \xrightarrow{T_8} \tilde{x} \in [x_r, x_e) \xrightarrow{T_7} \tilde{x} \in (x_2, x_1]$$

表 3: 状態遷移表

$\tilde{x}$	$\tau := t/s$	Type	s'/s	$\tau' := t'/s'$
$(x_2, x_1]$	$\tau = 0$	T_8	$1/2$	$\tau' < 2$
		T_2, T_9	$1/2$	$\tau' < 1$
(x_1, x_r)	$0 < \tau < 1$	T_4, T_8	$1/2$	$\tau' < 1$
		T_6	1	$\tau' = 0$
		T_9	$1/2$	$\tau' < 2$
$[x_r, x_e)$	$1 \leq \tau < 2$	T_6	1	$\tau' < 1$
		T_7	2	$\tau' = 0$
$[x_e, \infty)$	$2 < \tau$	T_7	2	$t' = t - 2s$

$s = \text{diam } \Delta$, $t = \text{dist}(\tilde{x}, \Delta)$ としている

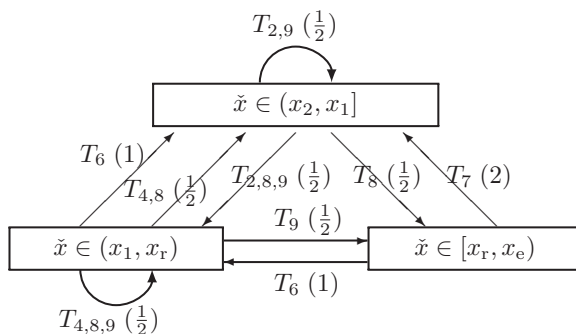


図 8: 状態遷移図

$T_{2,9}$ は T_2, T_9 の簡略表示である。他も同様
括弧内に遷移に伴う直径の変化を倍率で示している

の遷移は発生しないことを示せ。

答: $\tilde{x} \in (x_2, x_1]$ であるから

$$f(x_1) < f(x_{oc}) < f(x_r) < f(x_e)$$

である (補題 9)。そこで問題の要請に従って、状態 $\tilde{x} \in (x_2, x_1]$ が T_8 によって
状態 $\tilde{x} \in [x'_r, x'_e)$ に遷移したとする。 x' としたのは、1 サイクルを経過してい
るからである。表 2 により $\Delta' = [x_1, x_{oc}]$ であるが、 $f(x_1) < f(x_{oc})$ ゆえ、座
標の向きを反転し、次のように対応づける。

$$\begin{array}{ccccccccc} & x_2 & & x_{ic} & & x_1 & & x_{oc} & & x_r \\ & | & & | & & | & & | & & | \\ \hline & x'_e & & x'_r & & x'_1 & & x'_2 & & \end{array}$$

x と x' との間に

$$x'_2 = x_{oc}, \quad x'_1 = x_1, \quad x'_r = x_{ic}, \quad x'_e = x_2$$

の関係があることに留意する。また

$$f(x_{ic}) < \max\{f(x_1), f(x_2)\} = f(x_2)$$

であるから

$$f(x'_2) > f(x'_1), \quad f(x'_r) = f(x_{ic}) < f(x_2) = f(x'_e)$$

であり、表 2 より次の遷移は T_7 にはなり得ない。 $\square$

問題 10. 図 8 において

$$\check{x} \in [x_r, x_e] \xrightarrow{T_7} \check{x} \in (x_2, x_1] \xrightarrow{T_8} \check{x} \in [x_r, x_e]$$

の遷移は発生しないことを示せ。

答: 表 2 より T_7 ならば

$$f(x_2) > f(x_1) > f(x_r) > f(x_e), \quad \Delta' = [x_1, x_e]$$

である。これは $\check{x} \in [x_r, x_e]$ の条件とは矛盾していない。次のサイクルで

$$x'_2 = x_1, \quad x'_1 = x_e, \quad x'_{ic} = x_r \tag{28}$$

となる。 $f(x_r) > f(x_e)$ ゆえ $\check{x} \neq x_r$ である。ゆえに $\check{x} \in (x_r, x_e) = (x'_{ic}, x'_1)$ となる。従って $f(x'_1) < f(x'_{oc})$ である。ゆえに

$$f(x'_2) = f(x_1) > f(x_e) = f(x'_1) < f(x'_{oc}) < f(x'_r)$$

である。これは表 2 の T_8 と T_9 の条件である。 T_8 では条件 $f(x'_r) < f(x'_2)$ が追加される。従って式 (28) を得たのと同様にして

$$x''_1 = x'_1, \quad x''_2 = x'_{oc}, \quad x''_r = x'_{ic}$$

となり、式 (28) と合わせて、 $\check{x} \in (x_r, x_e) = (x'_{ic}, x'_1) = (x''_r, x''_1)$ すなわち $\check{x} \notin [x''_r, x''_e]$ となる。 $\square$

補注: 図 8 および問題 9 と問題 10 によって、 $\check{x} < x_e$ の条件の下、NM 法の 4 サイクルで Δ の直径が少なくとも $1/2$ に縮小されることが判る²⁶。従って、

²⁶4 サイクルとは、図 8 の $T_7, T_{2,8,9}, T_6, T_8$ である。これが実現不能であれば 3 サイクルになる

問題 6 および問題 8 と合わせて、1 次元の Nelder-Mead 法は最小点に収束することが示されたことになる。

5 多次元の Nelder-Mead 法

Nelder-Mead 法 (NM 法) のサイクルによって目的関数 $f(\mathbf{x})$ の最小点に単体列 Δ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) が収束することを示すのは簡単ではなく、この論文では扱わない。

Gao[21] までの到達点を簡単に整理すると、McKinnon[20] は単体列の直径が 0 に収束しても最小点には収束しない 2 変数の厳密な凸関数の例を示し、基礎研究の重要性を訴えた。

Lagarias[18] は McKinnon の研究を受けて、目的関数が 1 変数、および 2 変数の場合に、目的関数のレベル集合が有界で厳密な凸関数であれば単体列の直径は必ず 0 に収束することを示した。

Gao[21] は目的関数が多変数の場合に、条件を一様な凸関数 (uniformly convex) に強めて、Nelder-Mead 法の反射が無限に継続して繰り返すことが無ければ、単体列の直径は必ず 0 に収束することを示した。一様な凸関数とは、任意の $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbf{R}^n$, $\lambda \in (0, 1)$ について

$$f((1-\lambda)\mathbf{x} + \lambda\mathbf{x}_2) \leq (1-\lambda)f(\mathbf{x}_1) + \lambda f(\mathbf{x}_2) - \lambda(1-\lambda)\rho(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|)$$

となる、条件 $\rho(0) = 0$ を満たす厳密な増加関数 $\rho(t)$ が存在することである^[21]。例えば $\rho(t) = ct^2$ ($c > 0$) でもよい。この場合には strongly convex と言われている²⁷。

この論文では Gao のアプローチとは逆に、目的関数の条件を緩めて、レベル集合が有界で、連続かつ厳密な準凸関数とし、Gao と同様に次の結論を得る：反射が無限に継続して繰り返すことが無ければ単体列の直径は 0 に収束する。

注意: (1) 単体列の直径が 0 に収束する、(2) 単体列が一点に収束する、(3) 単体列が $f(\mathbf{x})$ の最小点に収束する、の主張は (1),(2),(3) の順で強くなる。現状では (2) はおろか、(1) も未解決の問題を抱えていることが解るであろう。

²⁷Urruty[7] p.143. t^2 に採られるのは微分との相性が良いからである

5.1 記号の意味

この節は第3節の続きである。従って使用される記号は(原則として)全て第3節から継続している。特に次の記号が含まれる:

$$\mathbf{R}, \mathbf{R}^n, :=, I := \{1, 2, \dots, n+1\}, f(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{x}_i (i \in I), \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_r, \mathbf{x}_e, \mathbf{x}_{oc}, \mathbf{x}_{ic}$$

$\mathbf{x}_i (i \in I)$ は目的関数 $f(\mathbf{x})$ で整列されているとする。すなわち NM 法の STEP 1 は既に実行されているとする。NM 法の k サイクルで生成される点 $\mathbf{x}_i^{(k)} (i \in I)$ についても同様である。さらに

$$\bar{\mathbf{x}}^{(k)}, \mathbf{x}_r^{(k)}, \mathbf{x}_e^{(k)}, \mathbf{x}_{oc}^{(k)}, \mathbf{x}_{ic}^{(k)}$$

も第3節の定義を引き継ぐ。また

$$F_i^{(k)} := f(\mathbf{x}_i^{(k)}) \quad (i \in I, k \in \{0, 1, 2, \dots\})$$

$$F_i^* := \lim_{k \rightarrow \infty} F_i^{(k)} \quad (i \in I)$$

についても同様で、 $F_i^{(k)}$, F_i^* の性質は補題4で説明されている。

5.2 コンパクト集合

以下の証明法では、(任意に与えられた $\mu \in \mathbf{R}$ に対して) レベル集合

$$L(f, \mu) := \{\mathbf{x}; f(\mathbf{x}) \leq \mu, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n\}$$

がコンパクト集合であることが使われている。コンパクト集合の定義はここでは解説しない²⁸。解説には多くのスペースが要求される。しかし次の定理を知っていれば十分である:

- (a) 有界な閉集合はコンパクト集合である。その逆も然り
- (b) コンパクト集合の無限点列は集積点を持つ
- (c) コンパクト集合の無限点列の中に収束する部分点列が存在する

ある集合内の無限点列が(その集合の中で)収束するためには有界性が要求されることは明らかである。有界な集合、例えば区間 $(0, 1)$ の中の点列 $1/1, 1/2, 1/3, \dots$ は0に収束する。0はこの点列の集積点であるが $(0, 1)$ の中には無い。つまり集合の中に収束するためには閉集合であることが要求される。

²⁸Rudin[4] に詳しく解説されている。和書としては布川[11]が丁寧に解説している

集積点は 1 つとは限らない。極端な例が、区間 $[0, 1]$ の全ての有理数に番号を振った数列である。この場合、区間 $[0, 1]$ のあらゆる点が集積点となる。(c) は区間分割を続けることで得られる。区間を半分に割るとどちらか(あるいは両方)に無限点列が存在する。分割を続け区間を縮小することによって (c) を得る。

関数 $f(x)$ が定義域の中に最小点を持つことと、レベル集合が有界であることを関係づけるのは簡単には済まない。Lagarias は「最小点」を持つと言う代わりに、有界なレベル集合を条件として挙げる。有界な閉集合で定義された連続関数の値は有界で、定義域の中に最大点と最小点をとる²⁹。従って、目的関数の連続性が保証され、レベル集合が有界であれば、任意の μ について $L(f, \mu)$ の中に $f(x)$ の最小点が存在することになる。ここでも深入りを避けるために、目的関数に対して、厳密な準凸関数の連続性とレベル集合の有界性を要請することにする。

補題 10. 目的関数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}^n$) を、全てのレベル集合が有界で、連続かつ厳密な準凸関数として、NM 法で生成される n 次元の単体の列を Δ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) とすると、その中に全ての頂点が収束するような部分列 $\Delta_{k_1}, \Delta_{k_2}, \dots$ が存在する³⁰。

証明: Δ_k の頂点を $f(x)$ の大きさによって順位を付けて、それを小さい方から $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{n+1}^{(k)}$ とする。 $\mu := f(x_{n+1}^{(0)})$ とすると単体列はレベル集合 $L(f, \mu)$ の中に存在する。なぜなら $f(x_{n+1}^{(k)})$ は k について非増加だからである (補題 4)。

従って点列

$$x_1^{(0)}, x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \dots$$

はコンパクト集合 $L(f, \mu)$ の中の無限点列である。以下の記述を簡明にするために、数列 $s_1 = (0, 1, 2, \dots)$ を使って、この点列を $x_1^{(k)}$ ($k \in s_1$) のように表現しよう。コンパクト集合のよく知られた定理によると、点列 $x_1^{(k)}$ ($k \in s_1$) の中に収束する部分点列 $x_1^{(k)}$ ($k \in s'_1$) が存在する。ここに s'_1 は s_1 の部分数列

²⁹ 高木 [1] p.27、布川 [11] p.124、Rudin[4] p.89, p.40

³⁰ Rudin[4] p.51 には、「 $\mathbf{R}^m$ の有界な無限数列には収束する部分列が存在する」とする定理が紹介されている。 n 次元の単体は $\mathbf{R}^{n(n+1)}$ の空間にある点であると考えればよい

である。 $\mathbf{x}_2^{(k)}$ ($k \in s'_1$) は収束しているとは限らない。 $\mathbf{x}_2^{(k)}$ ($k \in s'_1$) はコンパクト集合 $L(f, \mu)$ の中の無限点列ゆえ、その中に収束する部分点列 $\mathbf{x}_2^{(k)}$ ($k \in s_2$) が存在する。この操作を続けると、補題の主張が得られる。□

補注 1: $\Delta^* := \lim_{j \rightarrow \infty} \Delta_{k_j}$ としたとき、 Δ^* は縮退している可能性を排除しない。極端には Δ^* は 1 点でもよい。

補注 2: この補題の証明法から解るとおり、補題の証明のためには 全て のレベル集合が有界である必要はない。

補題 11. $\bar{\mathbf{x}}, \bar{F}$ をここでは $\mathbf{x}_m, F_m$ と表す。また

$$H = \{m, r, e, oc, ic\}, \quad \mathbf{x}_h^{(k)} = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_{h,i} \mathbf{x}_i^{(k)}$$

とする。 $0, 1, 2, \dots$ の部分列 s によって、単体列 Δ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) の部分列 Δ_k ($k \in s$) が収束するとせよ。すると、 $\forall h \in H$ に対して点列 $\mathbf{x}_h^{(k)}$ ($k \in s$) も収束する。

また $f(\mathbf{x})$ が連続関数であれば、任意に与えられた微小な ε (> 0) に対して

$$k \in s \text{ and } k > K \implies \forall h \in H: |f(\mathbf{x}_h^{(k)}) - f(\mathbf{x}_h^*)| < \varepsilon$$

となる K が存在する。

証明: Δ_k ($k \in s$) が Δ^* に収束するとせよ。 Δ^* の頂点を $\mathbf{x}_i^*$ ($i \in I$) とすると、補題の仮定により、 δ (> 0) を与えて

$$k \in s \text{ and } k > K_1 \implies \forall i \in I: |\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_i^*| < \delta$$

となる K_1 が存在する。従って、この下で

$$|\mathbf{x}_h^{(k)} - \mathbf{x}_h^*| = \left| \sum_{i \in I} \lambda_{h,i} (\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_i^*) \right| \leq \sum_{i \in I} |\lambda_{h,i}| \cdot |\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_i^*| < \delta L_h$$

である。ここに $L_h = \sum_{i \in I} |\lambda_{h,i}|$ とした。ここで $L = \max\{L_h; h \in H\}$ とすれば $|\mathbf{x}_h^{(k)} - \mathbf{x}_h^*| < \delta L$ となり、 $\delta = \varepsilon/L$ と採れば補題の前半の主張を得る。

後半は、 $f(\mathbf{x})$ の連続性によって

$$k \in s \text{ and } k > K_2 \implies \forall h \in H: |f(\mathbf{x}_h^{(k)}) - f(\mathbf{x}_h^*)| < \varepsilon$$

となる K_2 が存在する。そこで $K = \max\{K_1, K_2\}$ にとればよい。□

補注 1: 補題から直ちに:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_i^*) &> f(\mathbf{x}_j^*) \quad (i, j \in I \cup H) \\ \implies \quad \exists K \forall k : k \in s \quad \text{and} \quad k \geq K \quad \text{and} \quad f(\mathbf{x}_i^{(k)}) &> f(\mathbf{x}_j^{(k)}) \end{aligned}$$

を得る。特に $i \in I$ であれば

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_i^*) &> f(\mathbf{x}_j^*) \quad (j \in I \cup H) \\ \implies \quad \exists K \forall k : k \in s \quad \text{and} \quad k \geq K \quad \text{and} \quad f(\mathbf{x}_i^{(k)}) &\geq f(\mathbf{x}_i^*) > f(\mathbf{x}_j^{(k)}) \end{aligned}$$

である。

補注 2: 特に $I = \{1, 2, 3\}$ で (標準パラメータの場合)

$\mathbf{x}$	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	L_h
$\bar{\mathbf{x}}$	$1/2, 1/2, 0$	1
$\mathbf{x}_{\text{ic}}$	$1/4, 1/4, 1/2$	1
$\mathbf{x}_{\text{oc}}$	$3/4, 3/4, -1/2$	2
$\mathbf{x}_{\text{r}}$	$1, 1, -1$	3
$\mathbf{x}_{\text{e}}$	$3/2, 3/2, -2$	5

である。 $\sum_i \lambda_i = 1$ に注意。この性質はアフィン集合の定義から来る。

5.3 Nelder-Mead 法の収束に関する 2 つの定理

単体 Δ の縮退に関して、次の 3 つは同じことを述べている。

- Δ の頂点 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n+1}$ は全て同じ
- Δ は 1 点に縮退している
- $\text{diam } \Delta = 0$

補題 12. $\mathbf{x}_{n+1}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_{\text{r}}$ を NM 法で定義された n 次元の単体 Δ に対する点とすると、 $\alpha > 0, 0 < \gamma < 1, 0 < \alpha\gamma < 1$ の下で

$$(a) \quad \mathbf{x}_{\text{r}} = \mathbf{x}_{n+1} \iff \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{n+1}$$

$$(b) \quad \text{diam } \Delta \neq 0 \implies \bar{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x}_{n+1}, \quad \mathbf{x}_{\text{oc}} \in (\mathbf{x}_{\text{r}}, \mathbf{x}_{n+1}), \quad \mathbf{x}_{\text{ic}} \in (\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_{n+1})$$

証明: $\mathbf{x}_{\text{r}} = \bar{\mathbf{x}} + \alpha(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$ ゆえ $\mathbf{x}_{\text{r}} - \mathbf{x}_{n+1} = (1 + \alpha)(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1})$ である。 $\alpha > 0$ ゆえ、(a) を得る。(b) の $\bar{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x}_{n+1}$ は、次のように得る。 $f(\mathbf{x})$ は厳密な準凸関数であること、 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n+1}$ の全てが同じではないこと、および

$f(x_i) \leq f(x_{n+1})$ ($i \in I$) であることから

- $x_1, x_2, \dots, x_n$ の全てが同じ場合: $\bar{x} = x_n \neq x_{n+1}$ である。
- $x_1, x_2, \dots, x_n$ の全てが同じではない場合:

$$f(\bar{x}) < \max\{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)\} = f(x_n)$$

である (定理 3)。そして $f(x_n) \leq f(x_{n+1})$ ゆえ $\bar{x} \neq x_{n+1}$ である。(b) の $x_{oc} \in (x_r, x_{n+1})$ および $x_{ic} \in (\bar{x}, x_{n+1})$ は問題 2 と、 $(\bar{x}, x_r)$ が (x_r, x_{n+1}) に含まれていることから得る。□

定義 6. 単体の体積

$\mathbf{R}^n$ における単体 Δ の体積の定義と計算法については、ここでは深入りしないで、次のことを認めることにする: 底面を共有する単体の体積は高さに比例する。 $\Delta := \text{conv}\{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$ の場合、底面とは $\text{conv}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ である。底面を B とすると高さとは x_{n+1} から $\text{aff } B$ に下ろした垂線の長さである。単体 Δ の体積を $\text{vol } \Delta$ で表す。

Nelder-Mead 法の k サイクルで得られる単体 Δ_k の体積 $\text{vol } \Delta_k$ の変化に着目しよう。拡張が発生すれば体積は増加する。反射だと体積は変化しない。Outside Contraction あるいは Inside Contraction だと体積は減少する。後で見るように、反射は非常に厄介である。反射が無限に継続して繰り返せば体積は 0 には収束しないので、単体の直径も 0 には収束しない。そこで反射は無限に継続して繰り返さないとしよう。すると NM 法の単体列 Δ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) から反射を除去した単体列 Δ_k ($k \in s_0$) は無限列である。我々はレベル集合のコンパクト性を要請しているので、単体列 Δ_k ($k \in s_0$) の部分列で収束するものが存在する³¹。

定理 9. $f(x)$ が有界なレベル集合を持つ連続かつ厳密な準凸関数であれば、Nelder-Mead 法の反射が無限に継続して繰り返さない限り、 $\alpha > 0$, $0 < \gamma < 1$, $0 < \alpha\gamma < 1$ の下で

$$F_1^* = F_2^* = \dots = F_n^* = F_{n+1}^* \quad (29)$$

となる。

³¹ 反射を除去した単体列だけに着目するアイデアは Gao による

証明: 仮に

$$F_i^* < F_{i+1}^* = F_{i+2}^* = \cdots = F_n^* = F_{n+1}^* \quad (30)$$

として矛盾を示す。 $F_n^* = F_{n+1}^*$ は既に補題 7 で証明済みゆえ、式 (30) において $i = 1, 2, \dots, n-1$ とする。

$(0, 1, 2, \dots)$ の部分数列 s_0 からは反射が除去されているとする。条件式 (30) の下で

$$\begin{aligned} k \in s_0 \quad \text{and} \quad k \geq K \\ \implies F_i^{(k)} < F_{i+1}^* \leq F_{i+1}^{(k)} \leq F_{i+2}^{(k)} \leq \cdots \leq F_n^{(k)} \leq F_{n+1}^{(k)} \end{aligned} \quad (31)$$

となる K が存在する。数列 s_0 の部分数列 s の下で、単体列 Δ_k ($k \in s$) は或る Δ^* に収束するとする。条件式 (30) によって、 Δ^* は 1 点には縮退していない。従って $\mathbf{x}_r^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ および $\bar{\mathbf{x}}^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ である (補題 12)。

Nelder-Mead 法の STEP ごとに場合分けする。STEP 3 は反射ゆえ考えなくてもよい。

STEP 2: $F_r^{(k)} < F_1^{(k)}$: この場合 $F_1^{(k)}$ が更新され、その結果、補題 4 の式 (24) によって $F_{i+1}^{(k+1)} = F_i^{(k)}$ となるが、式 (31) によって $F_i^{(k)} < F_{i+1}^*$ であるから $F_{i+1}^{(k+1)} < F_{i+1}^*$ となり、式 (20) に矛盾する。

STEP 4: $F_n^{(k)} \leq F_r^{(k)} < F_{n+1}^{(k)}$: $\mathbf{x}_r^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ であるから、 $\mathbf{x}_{\text{oc}}^* \in (\mathbf{x}_r^*, \mathbf{x}_{n+1}^*)$ ゆえ、

$$F_{\text{oc}}^* < \max\{F_r^*, F_{n+1}^*\}$$

であるが、 $F_r^* \leq F_{n+1}^*$ ゆえ $F_{\text{oc}}^* < F_{n+1}^*$ である。このことと、式 (31) より

$$k \in s \quad \text{and} \quad k \geq K' \implies F_{\text{oc}}^{(k)} < F_{i+1}^* \quad \text{and} \quad F_i^{(k)} < F_{i+1}^*$$

となる $K' (\geq K)$ が存在する。従って補題 4 により、 $F_{i+1}^{(k+1)}$ は $F_{\text{oc}}^{(k)}$ あるいは $F_i^{(k)}$ となり、何れにせよ $F_{i+1}^{(k+1)} < F_{i+1}^*$ となり、式 (20) に矛盾する。

STEP 5: $F_{n+1}^{(k)} \leq F_r^{(k)}$: $\bar{\mathbf{x}}^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ であるから $\mathbf{x}_{\text{ic}}^* \in (\bar{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}_{n+1}^*)$ である。この後は STEP 4 と同様な議論を進めて

$$k \in s \quad \text{and} \quad k \geq K' \implies F_{\text{ic}}^{(k)} < F_{i+1}^* \quad \text{and} \quad F_i^{(k)} < F_{i+1}^*$$

となる $K' (\geq K)$ の存在から $F_{i+1}^{(k+1)} < F_{i+1}^*$ となり、式 (20) に矛盾することになる。

従って条件式 (30) は成立し得ない。 □

定理 10. $f(x)$ が有界なレベル集合を持つ連続かつ厳密な準凸関数であれば、Nelder-Mead 法の反射が無限に継続して繰り返さない限り、 $\alpha > 0$, $0 < \gamma < 1$, $0 < \alpha\gamma < 1$ の下で

$$F_1^* = F_2^* = \cdots = F_n^* = F_{n+1}^* \implies \lim_{k \rightarrow \infty} \text{diam } \Delta_k = 0 \quad (32)$$

となる。

証明: 仮に $\lim_{k \rightarrow \infty} \text{diam } \Delta_k \neq 0$ として矛盾を示す。この場合には任意に与えられた微小な $\varepsilon (> 0)$ に対して $\text{diam } \Delta_k \geq \varepsilon$ となる k が無限個存在することになる³²。

$(0, 1, 2, \dots)$ の部分数列 s_0 からは反射が除去されているとする。 $f(x)$ のレベル集合はコンパクトであるとしているので、単体列 Δ_k ($k \in s_0$) の中から条件 $\text{diam } \Delta_k \geq \varepsilon$ を満たす部分列 Δ_k ($k \in s$) を取り出し、さらにその中から、或る単体 Δ^* に収束する部分列 Δ_k ($k \in s'$) を取り出すことができる。

そこで、 Δ^* が相異なる 2 点を含むことと、条件

$$F_1^* = F_2^* = \cdots = F_n^* = F_{n+1}^*$$

は両立しないことを示す。補題 12 により、 Δ^* が相異なる 2 点を含むと $\mathbf{x}_r^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ および $\bar{\mathbf{x}}^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ であることに注意しておく。

Nelder-Mead 法の STEP ごとに場合分けする。STEP 3 は反射ゆえ考えなくてもよい。

STEP 2: $F_r^{(k)} < F_1^{(k)}$: $\mathbf{x}_r^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ であるから、 $\mathbf{x}_r^* \in (\mathbf{x}_e^*, \mathbf{x}_{n+1}^*)$ ゆえ、

$$F_r^* < \max\{F_e^*, F_{n+1}^*\}$$

である。また $F_1^{(k+1)} = \min\{F_r^{(k)}, F_e^{(k)}\}$ であり、STEP 2 における拡張は $F_e^{(k)} < F_r^{(k)}$ の場合に発生する。この場合は

$$F_e^{(k)} < F_r^{(k)} < F_1^{(k)} \leq F_{n+1}^{(k)}$$

従って $F_e^* \leq F_{n+1}^*$ である。ゆえに $F_r^* < F_{n+1}^*$ 従って

$$k \in s' \text{ and } k \geq K \implies F_r^{(k)} < F_{n+1}^* = F_1^*$$

となる K が存在する。 k のこの領域で $F_1^{(k+1)} = F_e^{(k)}$ になることは

$$F_1^{(k+1)} = F_e^{(k)} < F_r^{(k)} < F_1^*$$

³² この証明のアイデアは Lagarias による

を意味し、式 (20) に矛盾する。

STEP 4: $F_n^{(k)} \leq F_r^{(k)} < F_{n+1}^{(k)}$: $\mathbf{x}_r^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ であるから、 $\mathbf{x}_{oc}^* \in (\mathbf{x}_r^*, \mathbf{x}_{n+1}^*)$ ゆえ、

$$F_{oc}^* < \max\{F_r^*, F_{n+1}^*\}$$

であるが、 $F_r^* \leq F_{n+1}^*$ ゆえ $F_{oc}^* < F_{n+1}^*$ である。ゆえに

$$k \in s' \quad \text{and} \quad k \geq K \implies F_{oc}^{(k)} < F_{n+1}^* = F_1^*$$

となる K が存在する。この下で $F_1^{(k)}$ が更新され $F_1^{(k+1)} = F_{oc}^{(k)} < F_1^*$ となり式 (20) に矛盾する。

STEP 5: $F_{n+1}^{(k)} \leq F_r^{(k)}$: $\bar{\mathbf{x}}^* \neq \mathbf{x}_{n+1}^*$ であるから、 $\mathbf{x}_{ic}^* \in (\bar{\mathbf{x}}^*, \mathbf{x}_{n+1}^*)$ ゆえ、

$$F_{ic}^* < \max\{\bar{F}^*, F_{n+1}^*\}$$

であるが、 $\bar{F}^* \leq F_{n+1}^*$ ゆえ $F_{ic}^* < F_{n+1}^*$ である。ゆえに

$$k \in s' \quad \text{and} \quad k \geq K \implies F_{ic}^{(k)} < F_{n+1}^* = F_1^*$$

となる K が存在する。この下で $F_1^{(k)}$ が更新され $F_1^{(k+1)} = F_{ic}^{(k)} < F_1^*$ となり式 (20) に矛盾する。

従って Δ^* が相異なる 2 点を含むことはない。すなわち $\text{diam } \Delta^* = 0$ である。このことは $\text{diam } \Delta_k$ ($k \in s$) が 0 に収束する部分列を持つことを意味し、 $\text{diam } \Delta_k \geq \varepsilon > 0$ ($k \in s$) と矛盾する。□

注意: この定理は Δ_k が収束することは主張していない。

さて、ここでこれまでの結果をちょっと違った観点から見てみよう。定理 9 および定理 10 の証明を見れば解るように、 k が或る値を超えると拡張は発生しない。従ってその領域では単体の体積は k について非増加である。この領域で体積は k についてどのように変化するのか? 簡単のために $k \geq 0$ で拡張は発生しないとする。また反射で体積の変化がなく、Contraction で体積が半分になるとする。 $k = 0$ での単体の体積を 1 として、例えば次のように変化する:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\text{vol } \Delta_k$	1	1	1	1/2	1/2	1/4	1/8	1/8	1/8

この例では $k = 1, 2, 4, 7, 8$ で反射が発生し、 $k = 3, 5, 6$ では Outside Contraction あるいは Inside Contraction が発生している。

反射が無限に継続して繰り返せば、直径は 0 に収束しないことは自明であるが、定理 9 と定理 10 によると、

- $f(\mathbf{x})$ は有界なレベル集合を持つ連続かつ厳密な準凸関数
- 反射が継続して無限には繰り返さない

の条件の下で (体積はもちろん 0 に収束するが) 直径も 0 に収束する。

定理 9 と定理 10 によって、Nelder-Mead 法の単体列の直径が 0 に収束する問題に対する Lagarias と Gao に続く第三の解答が示されたことになる。アプローチの仕方、従って証明法も主張の強さも三者三様である。

6 反射の問題

この節では、前節でやり残した問題、すなわち、無限に継続して繰り返される反射の問題を扱う。特に定理 9 および定理 10 の仕上げを目標としている。記号は全て前節から継続される。パラメータに関しては $\alpha = 1$ を仮定する。

6.1 2 次元の場合

次に見るように 2 次元の問題の解決は易しい。

補題 13. 2 次元の NM 法の単体列 Δ_k では、無限に継続して繰り返される反射は発生しない。

証明: 仮に $k \geq K$ で反射 $\mathbf{x}_r^{(k)} = \mathbf{x}_1^{(k)} + \mathbf{x}_2^{(k)} - \mathbf{x}_3^{(k)}$ が無限に繰り返されるとしよう。その場合、 $F_r^{(k)} < F_1^{(k)}$ であれば $F_1^{(k)}$ が更新され

$$\mathbf{x}_1^{(k+1)} = \mathbf{x}_r^{(k)}, \quad \mathbf{x}_2^{(k+1)} = \mathbf{x}_1^{(k)}, \quad \mathbf{x}_3^{(k+1)} = \mathbf{x}_2^{(k)} \quad (33)$$

となる。他方 $F_1^{(k)} \leq F_r^{(k)} < F_2^{(k)}$ であれば $F_2^{(k)}$ が更新され

$$\mathbf{x}_1^{(k+1)} = \mathbf{x}_1^{(k)}, \quad \mathbf{x}_2^{(k+1)} = \mathbf{x}_r^{(k)}, \quad \mathbf{x}_3^{(k+1)} = \mathbf{x}_2^{(k)} \quad (34)$$

となる。これらは各々 STEP 2 と STEP 3 で発生する。

式 (33) の場合の単体の変化の様子を図 9 に示す。式 (34) の場合には図 10 のようになる。この 2 つのパターンが図 9、図 10 に示されるような純粋な形で現れるとは限らず、交互に入れ混じる可能性があるので厄介である。しかし生成

される単体列のバターンの詳細に立ち入ることなく、無限に継続して繰り返される反射は発生しないことは、2次元の場合には容易に示すことが可能である。

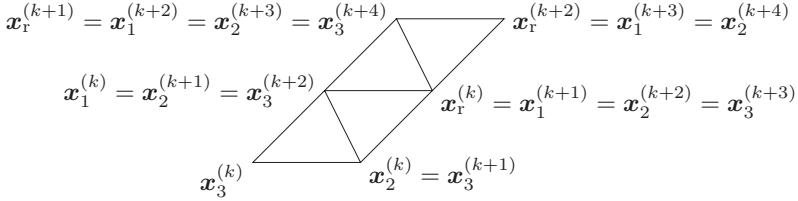


図 9: 2次元における反射の繰り返し例

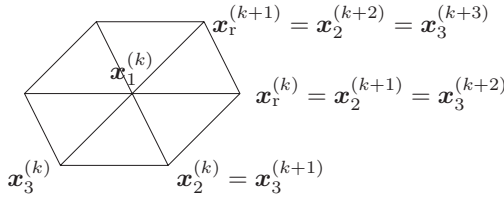


図 10: 2次元における反射の繰り返し例

$k \geq K$ では、 Δ_k と Δ_{k+1} は合同図形であり、1つの辺を共有している。そこで Δ_K を基に、次の規則 (a) と (b) で再帰的に生成される集合 S を考える:

(a) $\Delta_K \in S$

(b) $\Delta \in S$ の任意の1つの辺を折り返して生成される単体も S に含まれる
すると S は平面を重なり合わずに隙間なく埋め尽くし、NM 法で生成される単体 Δ_k はどれも S に含まれる。他方では、レベル集合は有界であるとしているので、レベル集合に含まれる S の要素は有限個しか存在しない。さらに NM 法で生成される単体列はレベル集合から抜け出すことができない (補題 10 の証明を見よ)。従って $\Delta_k = \Delta_{k'}$ となる k と k' が存在することになる。しかし、そうであれば、単体列は巡回することになり、補題 3 に反する。従って無限に継続して繰り返される反射は発生しない。□

6.2 3次元の場合

定理 9 と定理 10 を、反射に関する条件なしに証明するには、3次元の場合には $F_2^* < F_3^* = F_4^*$ および $F_1^* < F_2^* = F_3^* = F_4^*$ さらに $F_1^* = F_2^* = F_3^* = F_4^*$ の全てについて、無限に継続して繰り返される反射が不可能であることを示す必要がある。しかし、これら全てのケースを論じることは極めて困難である。ここでは、最も簡単な $F_2^* < F_3^* = F_4^*$ の場合に限定して、解決の際に発生する問題を調べる。

補題 14. 3次元の問題では

$$F_2^* < F_3^* = F_4^*$$

の条件の下で、無限に継続して繰り返される反射による最悪点の列は楕円の上に分布する。

証明: 3次元の場合には、補題の条件を充しながら、無限に継続して繰り返される反射が発生するとすれば、 $k \geq K$ に対して

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1^{(k)} &= \frac{2}{3}(\mathbf{x}_1^{(k)} + \mathbf{x}_2^{(k)} + \mathbf{x}_3^{(k)}) - \mathbf{x}_4^{(k)}, \\ \mathbf{x}_1^{(k+1)} &= \mathbf{x}_1^{(k)}, \quad \mathbf{x}_2^{(k+1)} = \mathbf{x}_2^{(k)}, \quad \mathbf{x}_3^{(k+1)} = \mathbf{x}_1^{(k)}, \quad \mathbf{x}_4^{(k+1)} = \mathbf{x}_3^{(k)} \end{aligned}$$

となる K が存在することになる。煩雑さを避けるために、以下では $k = 0$ から始める。すなわち K を超えた最初の k を k の起点とする。補題の条件の下では、 $\mathbf{x}_1^{(k)}$ と $\mathbf{x}_2^{(k)}$ は更新されないが、 $\mathbf{x}_3^{(k)}$ は反射によって更新される。この様子を図 11 に示す。

この図は 3次元の図形を平面に射影した図である。すなわち、点 $\mathbf{x} = (x, y, z)$ は (x, y) として描かれている。平面に垂直に z -軸がある。 $\mathbf{x}_{1,2}$ と書いたのは $\mathbf{x}_1^{(k)}$ と $\mathbf{x}_2^{(k)}$ である。これらの点は順位の更新は発生しない。従って

$$\mathbf{x}_1^{(k)} = \mathbf{x}_1^{(0)}, \quad \mathbf{x}_2^{(k)} = \mathbf{x}_2^{(0)} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

である。そのために、これらの点は z -軸の上に設定されている。 $\mathbf{x}_4$ と書いたのは $\mathbf{x}_4^{(k)}$ の意味で、 $\mathbf{x}'_4$ は $\mathbf{x}_4^{(k+1)}$ 、また $\mathbf{x}''_4$ は $\mathbf{x}_4^{(k+2)}$ の意味である。肩付きの $(k), (k+1), (k+2)$ は全て省略され、代わりに “ $'$ ” で代用されている。そして

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{3}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3)$$

は、射影面では $\mathbf{x}_3/3$ である。

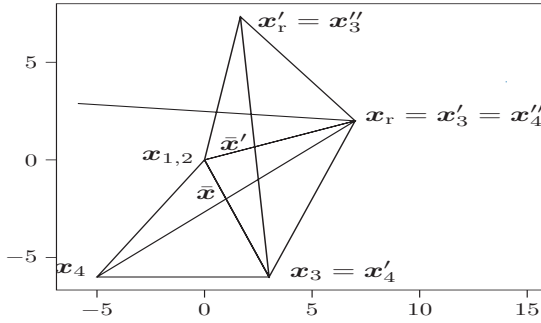


図 11: x_4 , x_3 , x_r の関係
 $x_4 = (-5, -6)$, $x_3 = (3, -6)$ としている

$\mathbf{x}^{(k)} := \mathbf{x}_4^{(k)} - \mathbf{x}_1^{(0)}$ と置くと、

$$\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}_4^{(0)} - \mathbf{x}_1^{(0)}, \quad \mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}_4^{(1)} - \mathbf{x}_1^{(0)} = \mathbf{x}_3^{(0)} - \mathbf{x}_1^{(0)} \quad (35)$$

$$\frac{1}{2}(\mathbf{x}^{(k+2)} + \mathbf{x}^{(k)}) = \frac{1}{3}\mathbf{x}^{(k+1)} \quad \therefore \mathbf{x}^{(k+2)} = \frac{2}{3}\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)} \quad (36)$$

である。そこで μ を

$$\mu^2 = \frac{2}{3}\mu - 1$$

の解の 1 つ

$$\mu = \frac{1}{3}(1 + 2\sqrt{-2}), \quad |\mu| = 1$$

とすると

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(k)} &= \frac{1}{\mu - \bar{\mu}}((\mathbf{x}^{(1)} - \bar{\mu}\mathbf{x}^{(0)})\mu^k - (\mathbf{x}^{(1)} - \mu\mathbf{x}^{(0)})\bar{\mu}^k) \\ &= \frac{1}{\mu - \bar{\mu}}(\mathbf{x}^{(1)}(\mu^k - \bar{\mu}^k) - \mathbf{x}^{(0)}(\mu^{k-1} - \bar{\mu}^{k-1})) \\ &= \frac{\sin k\theta}{\sin \theta}\mathbf{x}^{(1)} - \frac{\sin(k-1)\theta}{\sin \theta}\mathbf{x}^{(0)} \end{aligned} \quad (37)$$

を得る。ここに θ は

$$\sin \theta = (\mu - \bar{\mu})/(2\sqrt{-1}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad 0 < \theta < \pi/2$$

で定義する。この場合 $\cos \theta = 1/3$ である。

次に最悪点 $\mathbf{x}_4^{(k)}$ の軌跡の散布図を示す (図 12)。図では $k = 99$ までの分布

が示されている。散布図からも推測できるが、 $\mathbf{x}_4^{(k)}$ は $\mathbf{x}_1^{(0)}$ を中心とする楕円の上に分布している。実際 $\mathbf{x}^{(k)} = (x_k, y_k)$ と置いて、式 (37) から $\sin k\theta$ を消去すると

$$\begin{aligned} & (x_k y_1 - y_k x_1 + (y_k x_0 - x_k y_0) \cos \theta)^2 + ((y_0 x_k - x_0 y_k) \sin \theta)^2 \\ &= (x_0(y_1 - y_0 \cos \theta) - y_0(x_1 - x_0 \cos \theta))^2 \end{aligned} \quad (38)$$

が得られる。これは (x_k, y_k) に関して楕円の式である。楕円の形は初期値 (x_0, y_0) , (x_1, y_1) で決まる。このことは、また式 (37) から明らかである。□

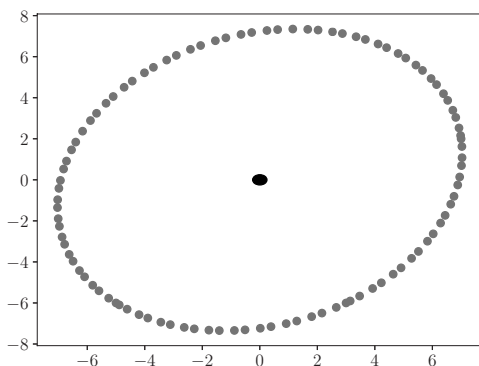


図 12: $\mathbf{x}_4^{(k)}$ の軌跡の散布図

中央の●は $\mathbf{x}_1^{(0)}$

$\mathbf{x}^{(k)}$ は初期条件 $\mathbf{x}^{(0)}$, $\mathbf{x}^{(1)}$ だけから決まり、目的関数 $f(\mathbf{x})$ とは無関係である。ところが $\mathbf{x}^{(k)}$ ($k > 1$) は任意の微小な ε (> 0) に対して

$$F_4^* \leq f(\mathbf{x}_4^{(k)}) < f(\mathbf{x}_4^{(1)}) < F_4^* + \varepsilon \quad (39)$$

を満たしながら動かなくてはならない。この可能性は問題 13 で扱われている。

問題 11. 2×2 行列 A を

$$A := \begin{pmatrix} x_0 & x_1 \\ y_0 & y_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r & r \cos \theta \\ 0 & r \sin \theta \end{pmatrix}^{-1} \quad (40)$$

で定義すると

$$\mathbf{x}^{(k)} := A \begin{pmatrix} r \cos k\theta \\ r \sin k\theta \end{pmatrix} \quad (41)$$

は式 (37) の解であることを示せ。

答:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} r & r \cos \theta \\ 0 & r \sin \theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r \cos k\theta \\ r \sin k\theta \end{pmatrix} &= \frac{1}{r \sin \theta} \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \cos k\theta \\ r \sin k\theta \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sin \theta} \begin{pmatrix} \sin \theta \cos k\theta - \cos \theta \sin k\theta \\ \sin k\theta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin \theta} \begin{pmatrix} -\sin(k-1)\theta \\ \sin k\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

である。従って

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(k)} &= A \begin{pmatrix} r \cos k\theta \\ r \sin k\theta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin \theta} \begin{pmatrix} x_0 & x_1 \\ y_0 & y_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin(k-1)\theta \\ \sin k\theta \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sin \theta} \begin{pmatrix} -x_0 \sin(k-1)\theta + x_1 \sin k\theta \\ -y_0 \sin(k-1)\theta + y_1 \sin k\theta \end{pmatrix} \\ &= \frac{\sin k\theta}{\sin \theta} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} - \frac{\sin(k-1)\theta}{\sin \theta} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

となる。これは式 (37) に他ならない。 □

補注: 式 (41) によると、楕円上の $\mathbf{x}^{(k)}$ の分布は、半径 r の円上の点

$$\begin{pmatrix} r \cos k\theta \\ r \sin k\theta \end{pmatrix} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

の分布のアフィン写像である。 $|A| \neq 0$ としてよいので、一方が稠密であれば、他方も稠密である。また一方が有限集合であれば、他方も有限集合である。

問題 12. $\omega (> 0)$ を無理数とする。また $[\dots]$ をガウスの整数化記号とする。すると

$$S := \{k\omega - [k\omega] ; k = 1, 2, 3, \dots\}$$

は区間 $[0, 1)$ で稠密であることを示せ。

答: 連分数論の定理により、与えられた任意の $\delta (> 0)$ に対して

$$0 < q\omega - p < \frac{1}{p} < \delta \quad (42)$$

となる自然数 p と q が存在する³³。 $d := q\omega - p$ とすると

$$T := \{kd; k = 1, 2, 3, \dots, [1/d]\}$$

の点は全て区間 $[0, 1)$ に納まる。 $d < 1/p$ であるから、小区間

$$I_k := [k/p, (k+1)/p)$$

には少なくとも 1 個の T の点が存在する。そして

$$k(q\omega - p) < 1 \quad (k = 1, 2, 3, \dots, [1/d])$$

であるから $[k(q\omega - p)] = 0$ すなわち $[kq\omega] = kp$ である。従つて $kq\omega - kp = kq\omega - [kq\omega]$ である。ゆえに任意の $\delta (> 0)$ に対して、 S の部分集合

$$S' := \{kq\omega - [kq\omega]; k = 1, 2, 3, \dots, [1/d]\}$$

が存在し、 $[0, 1)$ の任意の点 x と、区間 $[x - \delta/2, x + \delta/2)$ の中に S' の要素を含む。 $\square$

補注 1: 連分数論によると

$$\frac{p}{q} < \omega < \frac{p'}{q'} \quad \text{and} \quad \frac{p'}{q'} - \frac{p}{q} = \frac{1}{qq'}$$

となる $p/q, p'/q'$ が無数に存在する。しかも $q > q'$ の組みも、 $q < q'$ の組みもどちらも存在する。このことから直ちに式 (42) を得る。

補注 2: ω が有理数であれば S は有限集合である。

$\mathbf{x}_4^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) は NM 法の最悪点の列であるが、 $k \geq 2$ では反射点の列でもある。集合

$$R := \{\mathbf{x}_4^{(k)}; k = 0, 1, 2, \dots\}$$

が有限集合であれば反射は無限には連続しない。問題 11、および問題 12 によって、 θ/π が有理数であれば R は有限集合である。他方 θ/π が無理数であれば³⁴、 R は楕円上を稠密に分布する。

³³高木 [2] の「\$20 実数の連分数展開」を見よ

³⁴Gao[21] は θ/π は無理数であると断定しているが、証明は無いと思えるので、このような言い方をしている

問題 13. 次の 4 つの条件を同時に満たすことは不可能であることを示せ。

- (a) $\mathbf{x}_4^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) は楕円軌道の中に稠密に分布する
- (b) $F_4^* := \lim_{k \rightarrow \infty} f(\mathbf{x}_4^{(k)})$ が存在する
- (c) 曲線 $f(\mathbf{x}) = F_4^*$ と (a) の楕円軌道は一致しない
- (d) $f(\mathbf{x})$ は連続関数である

答: $\mathbf{x}_4^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) が描く楕円軌道の方程式を $g(\mathbf{x}) = 0$ とする。仮定 (c) により曲線 $f(\mathbf{x}) = F_4^*$ は $g(\mathbf{x}) = 0$ と一致しないので

$$g(\mathbf{x}^*) = 0 \quad \text{and} \quad f(\mathbf{x}^*) \neq F_4^*$$

となる $\mathbf{x}^*$ が存在する。仮定 (a) により $\mathbf{x}^*$ に収束する $\mathbf{x}_4^{(k)}$ の部分列

$$\mathbf{x}_4^{(k_0)}, \quad \mathbf{x}_4^{(k_1)}, \quad \mathbf{x}_4^{(k_2)}, \quad \dots$$

が存在する。この部分列によって、(d) を仮定すれば

$$\lim_{j \rightarrow \infty} f(\mathbf{x}_4^{(k_j)}) = f(\mathbf{x}^*)$$

である。 $f(\mathbf{x}^*) \neq F_4^*$ であるから、このことは仮定 (b) と矛盾する。 $\square$

補注: 条件 (c) は不要である。なぜなら、曲線 $f(\mathbf{x}) = F_4^*$ と (a) の楕円軌道が一致している場合には

$$f(\mathbf{x}_4^{(0)}) = f(\mathbf{x}_3^{(0)}) = f(\mathbf{x}_1^{(0)}) = F_4^*$$

である。これは NM 法の STEP 5 (Inside Contraction) に相当し、反射が連続しない³⁵。従って (a) は成立しない。また (b) は満たされているのであるから、実質的な条件は (a) と (d) である。

以上より θ/π が有理数であっても無理数であっても、 $f(\mathbf{x})$ が有界なレベル集合を持つ連続かつ厳密な準凸関数であれば、 $F_2^* < F_3^* = F_4^*$ の条件下では、無限に継続して繰り返される反射は不可能であることが示されたことになる。

7 結語

この論文 (記事) では Nelder-Mead 法の数学的基礎を Lagarias の研究成果を出発点にして論じた。Lagarias は目的関数として「レベル集合が有界で厳密な凸

³⁵ 曲線 $f(\mathbf{x}) = F_4^*$ と (a) の楕円軌道の微妙なずれによって、連続する反射の回数を制御できると予想される。この問題は Gao[21] が扱っている

関数」を採用し、研究したが、ここでは条件を緩めて、目的関数として1変数の場合には最小点が存在する「厳密な準凸関数」、多変数の場合には「レベル集合が有界で連続かつ厳密な準凸関数」を採用し、同様な研究を進めた。

この論文によって Lagarias が得た結論は同様に得られることが示された。すなわち、目的関数が1変数の問題では Nelder-Mead 法で生成される単体列は最小点に収束し、2変数問題では単体列の単体の直径が0に収束する。

多変数の問題に関しては Gao の研究がある。彼は Lagarias の目的関数の条件をさらに厳しくして、反射が無限に繰り返されなければ、単体の直径が0に収束することを示した。この論文では Gao の研究とは逆に、目的関数の条件を、「レベル集合が有界で連続かつ厳密な準凸関数」に緩めても Gao が得た結論が得られることを示した。

2変数および3変数の目的関数による反射問題を個別に論じた。2変数の問題は容易に解決される。3変数の問題は簡単ではない。ここでは $F_2^* < F_3^* = F_4^*$ の場合のみを論じ、この場合には反射が無限に繰り返さないことを示した。問題の全体を解決するには、もっとうまい方法が求められる。

単体列の収束に関する議論が残されている。また最小点への収束問題の議論も見送った。これらの問題は他の機会に回したい。

References

- [1] 高木貞治:『解析概論』(岩波書店, 1966)
- [2] 高木貞治:『初等整数論講義』(共立出版, 1995)
- [3] G.H.Hardy, E.M.Wright: "An Introduction to the Theory of Numbers"
(Oxford Science Publication, 1979)
- [4] Walter Rudin: "Principles of Mathematical Analysis" (McGraw Hill, 1976)
- [5] 藤田宏、今野浩、田邊國士:『最適化法』(岩波書店「応用数学講座」, 1994)
- [6] R.Tyrrell Rockafellar: "Convex Analysis" (Princeton University Press, 1972)
- [7] Hiriart-Urruty, C.Lemaréchal: "Convex Analysis and Minimization Algorithms I"
(Springer-Verlag, 1993)
- [8] S.Karamardian: "Strictly Quasi-Convex (Concave) Functions and Duality in Mathematical Programming "
(Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1967)
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022247X67900959>

- [9] H.J.Greenberg and W.P.Pierskalla: “A Review of Quasi-Convex Functions”
(Operations Research, 1971)
https://www.researchgate.net/publication/238836399_A_Review_of_Quasi-Convex_Functions
- [10] Aris Daniilidis and Yboon G.Ramos: “Some Remarks on the Class of Continuous (Semi -) Strictly Quasiconvex Functions”
(Journal of Optimization Theory and Applications, 2007)
<http://www.crm.cat/en/Publications/Publications/2005/pr642.pdf>
- [11] 布川晃, 中山弘隆, 谷野哲三: 『線形代数と凸解析』(コロナ社, 1991)
- [12] 須賀晃一: 『公共経済学講義: 理論から政策へ』 数学付録: 凹関数と凸関数
(有斐閣, 2014)
http://yuhikaku-nibu.txt-nifty.com/blog/files/ConcaveConvexFn140701_YuhikakuSugaPubecon.pdf
- [13] Dinh The Luc: “Generalized Convexity and Some Applications to Vector Optimization”
(Vietnam Journal of Mathematics, 1998)
http://www.math.ac.vn/publications/vjm/vjm_26/No.2/95-110_Luc.pdf
- [14] Stephen Boyd and Lieven Vandenbergh: “Convex Optimization”
(Cambridge University Press, 2004/2009)
https://web.stanford.edu/~boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf
- [15] A.Cambini and Laura Martein: “Generalized Convexity and Optimization”
(Springer, 2009)
- [16] Fred James: “Function Minimization”
(CERN Computing and Data Processing School, 1972)
<http://distfiles.gentoo.org/distfiles/mntutorial.pdf>
- [17] J. A. Nelder and R. Mead: “A simplex method for function minimization”
(Computer Journal, 1965)
- [18] J.C.Lagarias, J.A.Reeds, M.H.Wright and P.E.Wright: “Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in low Dimensions”
(SIAM J. OPTIM., 1998)
- [19] J.C.Lagarias, B.Poonen and M.H.Wright: “Convergence of the restricted Nelder-Mead algorithm in two dimensions” (SIAM J. Optim, 2012)
- [20] K.I.M. McKinnon: “Convergence of the Nelder-Mead Simplex Method to a Non-Stationary Point” (SIAM J. OPTIM., 1998)
- [21] Fuchang Gao and Lixing Han: “Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameters”
(Computational Optimization and Applications, 2012)

執筆者紹介（執筆順）

池田幸典	愛知大学経営学部教授
神頭広好	愛知大学経営学部教授
野末英俊	愛知大学経営総合科学研究所客員研究員
松田修	愛知大学経営総合科学研究所客員研究員
藤原秀夫	同志社大学名誉教授 愛知大学経営総合科学研究所客員研究員
有澤健治	愛知大学名誉教授 愛知大学経営総合科学研究所名誉研究員

資料交換の場合は、お手数ながら下記あてまでお送りください。

印刷 2021年 2 月 19 日

経営総合科学 第 114 号

発行 2021年 2 月 26 日

編集者代表 神頭広好

印刷・製本 (株) 一 誠 社

発行所 愛知大学経営総合科学研究所

〒453-8777 名古屋市平池町 4-60-6

TEL 052-564-6124 FAX 052-564-6224

THE KEIEI SOGO KAGAKU

(JOURNAL OF MANAGERIAL RESEARCH)

No.114

2021・2

CONTENTS

Articles

Capital, Equity and Net Assets
—Clarification of their Concept and Terminology—
..... Yukinori Ikeda

Station characteristics based on B-N analysis
: For urban areas in the Nagoya metropolitan area
..... Hiroyoshi Koza

Spirit of Capitalism and Enterprises: Specialization
and Competitive Power Hidetoshi Nozue

Islamic Accounting in Indonesia and Malaysia
..... Osamu Matsuda

Macro Models with Creation of Credit and with Creation
of money in Equilibrium and Disequilibrium
..... Hideo Fujiwara

A Weak Proof of the Goldbach Conjecture
..... Hiroyoshi Koza

Mathematical foundation of Nelder-Mead Simplex Method
..... Kenji Arisawa



PUBLISHED
BY
INSTITUTE OF MANAGERIAL RESEARCH
NAGOYA, JAPAN